Kísérleti Fizika Gyakorlat 1
2. házi feladat
Beadási határidő: szeptember 22., 10:15.

Ha valamely feladatot beadod, azzal vállalod, hogy esetleg a táblánál is be kell mutatnod.

4.A a.) Határozzuk meg az alábbi határozatlan integrálokat!

$$\int (4x^3 + x^2 + 2x + 1)\, dx$$

$$\int v_0 \cos(\omega t + \phi)\, dt$$

$$\int e^{-x^2-4x+2}\,(x+2)\, dx$$

b.) Határozzuk meg az alábbi határozott integrálokat!

$$\int_0^3 (2x^2 + 4x + 3)\, dx$$

$$\int_0^{\ln 2} \mathrm{th} x\, dx$$

4.B a.) Határozzuk meg az alábbi határozatlan integrálokat!

$$\int (2x^3 + 3x^2 + x - 3)\, dx$$

$$\int a_0 \sin(\omega t + \phi)\, dt$$

$$\int \mathrm{tg}(x)\, dx$$

b.) Határozzuk meg az alábbi határozott integrálokat!

$$\int_0^3 (4x^2 + 2x + 1)\, dx$$

$$\int_0^t v_0 e^{-\lambda t'}\, dt'$$

5.A Tekintsük az $f(x)=\sqrt{R^2-x^2}$ függvényt! Ez éppen egy R sugarú félkör.

a.) Forgassuk meg a függvényt az x tengely körül. Határozzuk meg integrálással a $-R<x<R$ tartományon létrejövő forgástest térfogatát!

b.) Vezessük le az $f(x)$ függvénygörbe alatti területet a $[-R,R]$ intervallumon! Használjunk egy $R\sin(\varphi)=x$ helyettesítést!

5.B Tekintsük az $f(x)=\sqrt{R^2-x^2}$ függvényt! Ez éppen egy R sugarú félkör.

a.) Valamely $f(x)$ függvény görbéjének hosszát az $[a,b]$ intervallumon az $\int_a^b \sqrt{1+f'(x)^2}\,dx$ integrállal tudjuk meghatározni. (Miért?) Határozzuk meg az $f(x)$ függvény görbéjének hosszát a $[-R,R]$ intervallumon!

b.) Forgassuk meg a függvényt az x tengely körül! Határozzuk meg integrálással a $-R<x<R$ tartományon létrejövő forgástest felszínét!

6.A Tekintsük az alábbi, $[0;4]$ intervallumon értelmezett $f(x)$ függvényt és a segítségével definiált I_n integrált:

$$f(x)=\begin{cases} x, & \text{ha } x\in[0;1) \\ -(x-2), & \text{ha } x\in[1;3) \\ x-4, & \text{ha } x\in[3;4] \end{cases}$$

$$I_n=\frac{1}{2}\int_0^4 f(x)\sin(\frac{\pi}{2}nx)\,dx,$$

ahol n pozitív egész, azaz $n=1,2,3,...$ Vázoljuk fel az $f(x)$ függvényt! Parciális integrálás és az $\int_a^b h(x)\,dx=\int_a^c h(x)\,dx+\int_c^b h(x)\,dx$ azonosság segítségével határozzuk meg I_n értékét tetszőleges n-re! Mely n-ek esetén adódik zérus érték? *Szorgalmi:* számítógép segítségével ábrázoljuk közös grafikonban az $f(x)$ és a $\sum_{n=1}^m I_n sin(\frac{\pi}{2}nx)$ függvényeket $m=1,3,5,7,...$ értékekre. Mit tapasztalunk?

6.B Tekintsük az alábbi, $[0;4]$ intervallumon értelmezett $g(x)$ függvényt és a segítségével definiált J_n integrált:

$$g(x)=\begin{cases} -(x-1), & \text{ha } x\in[0;2) \\ x-3, & \text{ha } x\in[2;4] \end{cases}$$

$$J_n=\frac{1}{2}\int_0^4 g(x)\cos(\frac{\pi}{2}nx)\,dx,$$

ahol n pozitív egész, azaz $n=1,2,3,...$ Vázoljuk fel a $g(x)$ függvényt! Parciális integrálás és az $\int_a^b h(x)\,dx=\int_a^c h(x)\,dx+\int_c^b h(x)\,dx$ azonosság segítségével határozzuk meg J_n értékét tetszőleges n-re! Mely n-ek esetén adódik zérus érték? *Szorgalmi:* számítógép segítségével ábrázoljuk közös grafikonban az $g(x)$ és a $\sum_{n=1}^m J_n cos(\frac{\pi}{2}nx)$ függvényeket $m=1,3,5,7,...$ értékekre. Mit tapasztalunk?