KisFiz 1.
deriválás, integrálás, vektorok

A fizipédián található első két alkalom alapján

2014. február 11.

1. feladat

Adottak az alábbi vektorok:

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad , \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a.) Határozzuk meg a $3\mathbf{v}_1 - 2\mathbf{v}_2$ vektort!
b.) Mekkora a vektorok normája (nagysága)?
c.) Mekkora szöget zár be a két vektor?
d.) Adjuk meg a $\mathbf{v}_1$ vektor $\mathbf{v}_2$ irányába eső komponensét!
e.) Határozzuk meg a $\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2$ vektort!

2. feladat

Egy α hajlásszögű lejtőn nyugszik egy m tömegű test.
a.) Határozzuk a gravitációs erő lejtőre merőleges és lejtővel párhuzamos komponenseinek nagyságát!
b.) Adjuk meg a nyomóerő függőleges és vízszintes komponenseinek nagyságát!

3. feladat

Határozzzuk meg az alábbi függvények első deriváltját!
a.) $f(x) = x^2 + 3x$
b.) $x(t) = x_0 \cos(\omega t)$
c.) $A(\omega) = \frac{\omega}{1+\omega^2\tau^2}$
d.) $h(x) = \ln\left(e^{\sin x} + x\right)$
e.) $g(x) = \arcsin(x)$
f.) $k(x) = \arctan(x)$
g.) $l(x) = \arcsin\left(e^x + x^2 \sin x\right)$
h.) $m(x) = \mathrm{arch}(x)$
i.) $s(x) = \mathrm{arth}(x \sin(x))$

4. feladat

Határozzuk meg az alábbi integrálokat!

$$a.) \int_{-1}^{2} (x^2 - \sin(5x))dx \qquad b.) \int \sin^2 x\, dx \qquad c.) \int_0^{\pi} \cos^2 x\, dx$$

$$d.) \int_{-3}^{-1} \frac{1}{2x} dx \qquad e.) \int x \cos x\, dx \qquad f.) \int e^x \sin x\, dx$$

$$g.)\ \int \frac{1}{x^2+3}dx \qquad h.)\ \int_0^{\pi} \sin^3 x\, dx \qquad i.)\ \int \frac{\ln 2x}{x}dx$$

$$j.)\ \int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}dx$$

5. feladat

Egy d hosszúságú rúd az x tengelyen fekszik, az $x = 0$ és $x = d$ pontok között. A lineáris sűrűsége $\lambda(x) = \lambda_0 + \lambda_1 x^2$.
Határozzuk meg a rúd tömegközéppontjának helyét!

6. feladat

a.) Az alábbi határozott integrál a változó v felső határ miatt, annak függvénye:

$$I(v) = \int_0^v \frac{1}{1-\alpha v'}dv'$$

Határozzuk meg $I(v)$ függvény inverzét, azaz az $I(v) = t$ egyenletből fejezzük ki a $v(t)$ függvényt!

b.) Hasonlóan az alábbi kifejezésből adjuk meg az $\omega(t)$ függvényt:

$$\alpha t = \int_{\omega_0}^{\omega} \frac{1}{\omega'^2}d\omega'$$