

Fizika 1i

1. gyak 15. feladatának megoldása

Osszuk fel a $[0, 1]$ intervallumot N darab egyenlő szakaszra. A k . darab ekkor a $[\frac{k-1}{N}, \frac{k}{N}]$ intervallum. Az $f(x) = x^2$ függvény a maximális értékét az intervallum felső határán veszi fel, ott ez az érték $\frac{k^2}{N^2}$. Tehát a görbe alatti terület közelítése:

$$\sum_{k=1}^N \frac{k^2}{N^2} \cdot \frac{1}{N} = \frac{1}{N^3} \sum_{k=1}^N k^2$$

A négyzetszámok összege 1-től N -ig (Függvénytábla...):

$$\sum_{k=1}^N k^2 = \frac{1}{6}N(N+1)(2N+1)$$

Ezzel az integrál közelítő összege:

$$\frac{N(N+1)(2N+1)}{6N^3} = \frac{2N^3 + 3N^2 + N}{6N^3}$$

A közelítés egyre jobb, ahogy $N \rightarrow \infty$, így a pontos határérték $1/3$.