

1. Adjuk meg a következő függvényeket polár koordináta rendszerben  $\mathbf{e}_r$  és  $\mathbf{e}_\varphi$  segítségével:

$$\mathbf{v} = \frac{1}{x^2 + y^2} \begin{pmatrix} -y \\ x \\ z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v} = \frac{1}{x^2 + y^2} \begin{pmatrix} y \\ x \\ z \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Határozzuk meg mindkét függvény divergenciáját és rotációját!

2. Határozzuk meg a Laplace és gradiens operátorok hatását a következő függvények esetén:

$$u = r \sin(\vartheta) \cos(\varphi), \quad u = \frac{\sin(kr)}{r} (\cos^2(\vartheta) - 1) \quad (2)$$

3. Írjuk fel az ellipszis egyenletét polár koordinátákban!

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$