1. Gyakorlat

---

1. Bizonyítsuk be a következő azonosságot: $\mathbf{r}\dot{\mathbf{r}} = r\dot{r}$.

2. írjuk fel a következő mennyiségeket henger és gömbi koordináta rendszerekben:

$$\begin{aligned} \mathbf{L}^2 &= (\mathbf{r} \times \mathbf{p})^2 \\ \mathbf{L} &= \mathbf{r} \times \mathbf{p} = m\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}} \end{aligned}$$

3. Egy vektor Descartes koordinátái a következő egyenletnek tesznek eleget:

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z &= 0 \\ 3x + 2y + z &= t \\ 2x - y - z &= 3 \; . \end{aligned}$$

   Határozzuk meg a vektor idő (t) szerinti deriváltját!

4. Tekintsük a földet egy R sugarú tökéletes gömbnek, amely omega szögsebességgel forog a tengelye körül. Az α szélességi foknál egyenletes sebességgel befúrunk a gömb középpontja felé. Adjuk meg a furó hegyének a sebességét a föld középpntjához rőgzített nem forgó koordináta rendszerben!

5. Egy R sugarú, $2r$ vastagságú tóruszon mozgó pont koordinátáit a következőképpen adjuk meg:

$$\begin{aligned} x &= (R + r\cos(\omega t))\cos(\Omega t) \\ y &= (R + r\cos(\omega t))\sin(\Omega t) \\ z &= r\sin(\omega t) \end{aligned}$$

   Mekkora lesz a pont sebességének a nagysága az idő függvényében? Milyen Ω/ω arány mellett lesz zárt a pont pályája? A pálya mely pontján lesz a legnagyobb a gyorsulása?

6. Egy gömb alakú vízcsepp a felületével arányosan párolog. Hogyan változik a sugara az idő elteltével?
   Segítség:

$$\frac{dV}{dt} = -\alpha 4\pi r^2 \; ,$$

   ahol α a párolgás sebessége.