

Számítási Módszerek a Fizikában 1.

(fizikus szak) 3. vizsgadolgozat

2015. január 15. 8:15–9:45, T601/602 terem

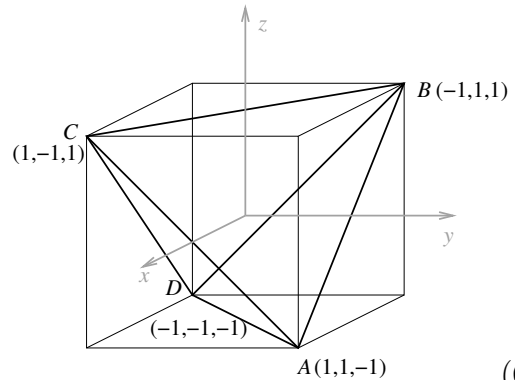
1. (a) Legyen $(\mathbb{V}, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ euklideszi tér. Definiálja egy $A : \mathbb{V} \rightarrow \mathbb{V}$ lineáris transzformáció *adjungáltját*! Mikor mondjuk, hogy A *unitér* illetve *normális*?

(b) Mondja ki az unitér transzformációk sajátértékeiről tanult tételt!

(c) Bizonyítsa be az előző tételt!

(3p+2p+5p)

2. A Φ lineáris transzformáció az ábrán látható szabályos tetraéder A csúcsát a B -be, B csúcsát a C -be és C -csúcsát a D -be viszi. Írja föl a Φ transzformáció mátrixát! Hová kerül a transzformáció hatására a D csúcs? Hányszorosára változtatja a transzformáció a tetraéder térfogatát?



(6p+2p+2p)

3. Írja föl \mathbb{R}^2 standard ortonormált bázisában az origó körüli α szögű forgatás $O(\alpha)$ mátrixát, majd bázistranszformációval írja fel a forgatás $\tilde{O}(\alpha)$ mátrixát az

$$\left\{ \mathbf{f} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{g} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}$$

bázisban! Adja meg a bázistranszformáció kísérő mátrixát is!

(10p)

4. Határozza meg az

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$$

mátrix sajátértékeit, sajátvektorait, spektrálfelbontását valamint $\frac{1}{A}$ értékét!

(10p)

5. * Legyen $f(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, ha $(x, y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$, és $f(0, 0) = 0$.

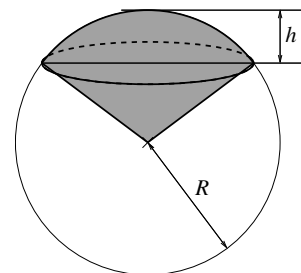
(a) Határozza meg f gradiensét az $A(2, -1)$ pontban!

(b) Határozza meg f -nek az $\mathbf{e} = \begin{bmatrix} 3/5 \\ 4/5 \end{bmatrix}$ irányú iránymenti deriváltját az $A(2, -1)$ pontban valamint az origóban!

(4p+3p+3p)

6. * (a) Egy ábrán ismertesse a gömbi polárkoordinátákat, és számolja ki a gömbi polárkoordináta-rendszerbe való áttérés Jacobi-determinánsát!

(b) Határozza meg az ábrán látható gömbcikk térfogatát az R sugár és h magasság függvényében! (A gömbcikk egy körcikk megforgatásával keletkezik.)



(5p+5p)

Maximum: 60 pont. A vizsga elégtelen, ha az összpontszám nem éri el a 40%-ot (24 pontot), vagy ha külön a *-os feladatok pontszáma nem éri el a 40%-ot (8 pontot).