Számítási módszerek a fizikában 1. (BMETE90AF35) tárgy részletes tematikája

Tasnádi Tamás

2014. szeptember 11.

Kivonat

A tárgy a BME Fizika BSc szak kötelező, alapozó tárgya a képzés 1. félévében. A tárgy szigorú matematikai levezetések mellőzésével, fizikai példákra alapozva vezet be a fizikusok által már a Kísérleti fizika 1-2 tárgyakban is használt számítási módszerekbe. A tárgyak célja a számítási készség fejlesztése, illetve a matematikai módszerek fizikai alkalmazása.

A heti óraszámok: 4 óra előadás (ebből 1 óra összevont gyakorlat), 2 óra kiscsoportos gyakorlat.

Kreditérték: 6.

Értékelés: aláírás és vizsgajegy.

Tartalomjegyzék

Neptun kód: BMETE92AF35

1. Egyváltozós függvények kalkulusa (3 ea.)

A fejezet anyaga részletesen szerepelni fog a párhuzamos *Analízis I.* előadáson. Itt az a cél, hogy a *Kísérleti fizika I.* tárgyban használt fogalmakat a hallgatók alkalmazás szinten megismerjék. Nem cél az elmélet precíz felépítése.

1. Előadás:

Egyváltozós valós függvények deriválása. Példák: sebesség, gyorsulás, kondenzátor kisülése, tekercsben indukált feszültség,...

2. Előadás:

Egyváltozós valós függvények Taylor-polnomja, Taylor-sora. Függvények első, másodrendű közelítése. $(1+\varepsilon)^\alpha \approx 1+\alpha\varepsilon$. Határozatlan integrál, primitív függvény.

3. Előadás:

Határozott integrál, Newton–Leibniz formula. Integrálási technikák (szabályok, helyettesítéses, parciális integrálás). Improprius integrál.

2. A sík és a tér vektorai (2 ea.)

Itt a vektorműveleteket geometriai úton értelmezzük, a vektortér fogalma még nem hangzik el. Kizárólag két- és háromdimenziós euklideszi térben dolgozunk.

4. Előadás:

Sík- és térvektorok, összeadásuk, számmal szorzásuk. Descartes koordinátarendszer. Skaláris-, vektoriális-, hármas szorzás, fizikai példákkal. Norma.

5. Előadás:

Lineáris transzformációk $\mathbb{R}^2$-ben és $\mathbb{R}^3$-ban, 2×2-es, 3×3-as mátrixok, példák. Diadikus szorzás. Determináns (tulajdonságok, kifejtés). Levi-Civita szimbólum, Kronecker-delta, Einstein-konvenció.

3. Komplex számok, polinomok (2 ea.)

6. Előadás:

A számhalmazok bővülése ($\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}\subset\mathbb{C}$). Komplex számsík, komplex számok algebrai alakja, abszolút érték, argumentum, konjugálás. A négy alapművelet elvégzése algebrai alakban, tört bővítése a nevező konjugáltjával.

7. Előadás:

Komplex számok trigonometrikus alakja. Szorzás és osztás trigonometrikus alakban. Euler formula. Komplex számok exponenciális alakja, szorzás és osztás exponenciális alakban. Hatványozás, gyökvonás (komplex alap, egész kitevő), egységgyökök. Az algebra alaptétele. Polinomosztás.

4. Lineáris algebra alapjai (7 ea.)

Axiómákkal definiáljuk a vektortér, euklideszi tér fogalmát. A tárgyalás nagy részét valós vektortérben végezzük, a fejezet legvégén ismertetjük a komplex esetet. A duális tér fogalmát csak a 2. félévben tárgyaljuk. Tenzorszorzat fogalma nem szerepel.

4.1. Vektortér, lineáris transzformációk (4 ea.)

8. Előadás:

Valós vektortér, lineáris kombináció, altér, lineáris függetlenség, bázis, dimenzió. Vektorok kifejtése adott bázisban. Euklideszi tér, skaláris szorzás, Schwarz-egyenlőtlenség. Példák.

9. Előadás:

Lineáris transzformáció, transzformáció képe, magja, rangja. Lineáris transzformáció reprezentálása mátrixszal adott bázisban. Mátrixszorzás és lineáris transzformációk kompozíciója. Bázistranszformáció. Mátrix determinánsa, nyoma általában. Determináns, nyom bázistól való függetlensége.

10. Előadás:

Lineáris transzformáció és mátrix adjungáltja. Lineáris transzformáció és mátrix inverze. Speciális transzformációk illetve mátrixok (szimmetrikus, ortogonális, ortogonális projekció, normális mátrix). Nilpotens mátrix.

11. Előadás:

Homogén és inhomogén lineáris egyenletrendszerek, a megoldás létezése és egyértelműsége, megoldási módszerek, Gauss-elimináció.

4.2. Mátrixok spektrális tulajdonságai (3 ea.)

Először valós vektortérben építjük ki a fogalmakat, és csak ezután tárgyaljuk a komplex esetet. Minimálpolnomról, nem diagonalizálható mátrixok normál alakjáról nem esik szó.

12. Előadás:

Sajátérték, sajátvektor, sajátaltér, karakterisztikus polinom. Egyszerű struktúrájú mátrixok. Speciális mátrixok (ortogonális, szimmetrikus, normális) sajátértékeire, sajátvektoraira vonatkozó tételek. Főtengely-transzformáció.

13. Előadás:

Komplex vektorterek. Skaláris szorzás tulajdonságai. Unitér és önadjungált mátrixok és spektrális tulajdonságaik.

14. Előadás:

Normális mátrixok spektrálfelbontása, mátrixok függvénye.

5. Vektorok differenciálása (6 ea.)

5.1. Térgörbék (1 ea.)

15. Előadás:

Paraméteresen adott térgörbék vizsgálata. Példa: tömegpont mozgása. Ívhossz. Érintő, normális, binormális vektor, kísérő triéder. Simuló kör, görbület, torzió.

5.2. Többváltozós függvények differenciálása, gradiens (2 ea.)

16. Előadás:

Folytonosság, határérték, parciális deriváltak, totális derivált (gradiens), kapcsolat köztük. Példák.

17. Előadás:

Magasabb rendű deriváltak, Young-tétel (szemléltetés, precíz tétel kimondása, bizonyítás nélkül.) Második derivált tenzor. Többváltozós függvények Taylor-sora.

5.3. Vektormezők differenciálása, divergencia, rotáció (3 ea.)

18. Előadás:

Vektormező fogalma, szemléltetése. Fizikai példák. Divergencia, szemléltetése, példák. Laplace-operátor: $\Delta f = \operatorname{div} \operatorname{grad} f$.

19. Előadás:

Rotáció, szemléltetése, példák. $\operatorname{rot} \operatorname{grad} f = 0$.

20. Előadás:

Vektormező derivált tenzora. Nabla szimbólum és használata. Indexes számolás, div, grad, és rot közti további azonosságok.

6. Vektorok integrálása (6 ea.)

6.1. Térfogati integrál (2 ea.)

21. Előadás:
Térfogati integrál: skalár értékű függvények integrálása síkbeli, térbeli tartományokon, Descartes-rendszerben. Példák.

22. Előadás:
Síkbeli polár, göbi polár és henger-koordinátarendszer. Jacobi-determináns és szemléltetése. Példák.

6.2. Görbe menti integrál, Stokes-tétel (2 ea.)

23. Előadás:
Vektormező görbe menti integrálja. Fizikai példák. Stokes-tétel.

24. Előadás:
Rotációmentes vektormező skalár potenciálja. Fizikai példák.

6.3. Felületi integrál, Gauss-tétel (2 ea.)

25. Előadás:
Vektormező felületi integrálja. Fizikai példák. Gauss-tétel.

26. Előadás:
Divergenciamentes vektormező vektorpotenciálja. Fizikai példák.