Számítási Módszerek a Fizikában 1. (-1-) 2014/15/1. félév

12. Gyak. anyag

Függvény második deriváltja tenzora

1, $f(x,y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + xy$; $P(1,2)$

Határozzuk meg az f függvény másodrendű Taylor-polinomját a P pont körül!

2, Egy részecske az

$$U(x,y) = (6x^2 + 9y^2 + 4xy) \cdot U_0$$

kétdimenziós potenciálban mozog.

a, Mely irányokban keressük a rendszer két független, egydimenziós harmonikus oszcillátorát?

b, Határozzuk meg az egyes oszcillátorok frekvenciáját!

Vektormező divergenciája, rotációja

Elméleti Fizika Példatár I., 6.1 – 6.6. feladatok

6. Vektoranalízis

6.1. Számítsuk ki az alábbi vektormezők divergenciáját és rotációját!

a) $\mathbf{v} = r^n \mathbf{r}$,

b) $\mathbf{v} = r^n \mathbf{a}$,

c) $\mathbf{v} = r^n (\mathbf{a} \times \mathbf{r})$,

d) $\mathbf{v} = r^n (\mathbf{a}\mathbf{r})\mathbf{r}$,

e) $\mathbf{v} = \mathbf{a} \ln r$,

f) $\mathbf{v} = (\mathbf{a} \times \mathbf{r}) \times \mathbf{r}$ ($\mathbf{a}$ állandó vektor).

6.2. Bizonyítsuk be, hogy

$$\operatorname{rot} \operatorname{grad} \Phi = 0,$$

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{v} = 0,$$

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{v} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{v} - \Delta \mathbf{v}!$$

6.3. Bizonyítsuk be, hogy

a) $\operatorname{div}(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \mathbf{v} \operatorname{rot} \mathbf{u} - \mathbf{u} \operatorname{rot} \mathbf{v}$,

b) $\operatorname{rot}(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = (\mathbf{v} \operatorname{grad})\mathbf{u} - (\mathbf{u} \operatorname{grad})\mathbf{v} + \mathbf{u} \operatorname{div} \mathbf{v} - \mathbf{v} \operatorname{div} \mathbf{u}$,

c) $\operatorname{rot}(\Phi \mathbf{u}) = \Phi \operatorname{rot} \mathbf{u} + (\operatorname{grad} \Phi) \times \mathbf{u}$,

d) $\operatorname{grad}(\mathbf{u}\mathbf{v}) = (\mathbf{u} \operatorname{grad})\mathbf{v} + (\mathbf{v} \operatorname{grad})\mathbf{u} + \mathbf{u} \times \operatorname{rot} \mathbf{v} + \mathbf{v} \times \operatorname{rot} \mathbf{u}$!

6.4. Milyen az elektromos térerősség egy $\mathbf{p}$ dipólnyomatékú elektromos dipól körül?

6.5. Határozzuk meg az $\mathbf{A} = \dfrac{\mathbf{p} \times \mathbf{r}}{r^3}$ vektorpotenciálhoz tartozó $\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}$ mágneses mezőt!

6.6. Tudjuk, hogy a

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2xy - z \\ x^2 + y^2 + z^2 \\ v_z \end{pmatrix}$$

vektormező rotációmentes.

a) Mekkora v_z?

b) Határozzuk meg azt a Φ potenciált, amelyre $\mathbf{v} = \operatorname{grad} \Phi$!
Útmutatás: Integrációs útnak célszerű az origóból kiinduló egyenest választani.