Számítási Módszerek a Fizikában 1.

3. Gyak. anyag.

2. A sík és tér vektorai

1, $\underline{a} := \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$; $\underline{b} := \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$; $\underline{c} := \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

i, $\underline{a} \cdot \underline{b} = ?$; $\underline{a} \times \underline{b} = ?$; $(\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}) = ?$

ii, Határozzuk meg az $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ vektorokhoz tartozó $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}$ reciprok-rendszert!

iii, Fejtsük ki az $\underline{r} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ vektort az $(\underline{a}, \underline{b}, \underline{c})$, illetve az $(\underline{A}, \underline{B}, \underline{C})$ bázisban!

2, Skaláris szorzás segítségével igazoljuk a koszinusz-tételt!

3, Igazoljuk, hogy a vektoriális szorzásra teljesül az ún. Jacobi-azonosság:

$$\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) + \underline{b} \times (\underline{c} \times \underline{a}) + \underline{c} \times (\underline{a} \times \underline{b}) = 0,$$

illetve az ezzel ekvivalens, Leibniz-szabályra emlékeztető $\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) = (\underline{a} \times \underline{b}) \times \underline{c} + \underline{b} \times (\underline{a} \times \underline{c})$ összefüggés!

4, Vizsgáljuk meg az S sík és az e, f, g egyenesek kölcsönös helyzetét (metsző, párhuzamos, stb) a közös pontok kiszámítása nélkül!

$S: 3x + 2y + z = 4$; $e: 2x - 2 = \dfrac{-y+3}{2} = -z$; $f: \left. \begin{aligned} x &= 1 - t \\ y &= 2 + t \\ z &= t \end{aligned} \right\}$; $g: -5x + 10 = -5y + 5 = z + 4$

5, Adott két egyenes, e és f:

$$e:\ -x+3 = 2y+1 = -z; \qquad f: \left.\begin{array}{l} x = 3-2t \\ y = -1+t \\ z = t \end{array}\right\}$$

i, Vizsgáljuk meg a két egyenes kölcsönös helyzetét!

ii, Számítsuk ki a két egyenes szögét!

iii, Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, mely az e egyenesen áthalad és párhuzamos f-el!

—o—

6, Igazoljuk, hogy

$$(\underline{a} \times \underline{b}) \cdot (\underline{c} \times \underline{d}) = (\underline{a} \cdot \underline{c})(\underline{b} \cdot \underline{d}) - (\underline{b} \cdot \underline{c}) \cdot (\underline{a} \cdot \underline{d})$$

(Indexesen, és a kifejtési tétel segítségével is!)

—o—

7, Adott $\underline{a}$, $\underline{b}$ paraméterek mellett oldjuk meg az

$$\underline{r} = \underline{a} \times (\underline{r} + \underline{b})$$

egyenletet $\underline{r}$-re!

(Útmutatás: keressük $\underline{r}$-et $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{a} \times \underline{b}$ lineáris kombinációjaként.)

—o—

8, Oldjuk meg $\underline{r}$-re és diszkutáljuk a megoldást:

i, $\underline{a} \times \underline{r} = \underline{b}$

ii, $\underline{a} \times \underline{r} = \underline{b}$, $\underline{r} \cdot \underline{b} = \alpha$