

2. Gyakorlat

1. Egyváltozós függvények kalkulusa

1.2. Integrálás

1. Adja meg a következő határozatlan integrálok eredményét!

a, $\int \sin(2x+3) dx = ?$ b, $\int (2x+3)^3 dx = ?$ c, $\int \frac{1}{(2x+3)} dx = ?$

d, $\int \frac{1}{2x^2+3} dx = ?$ e, $\int \frac{x}{2x^2+3} dx = ?$ f, $\int \frac{x}{(2x^2+3)^2} dx = ?$

g, $\int x e^{x^2} dx = ?$ h, $\int \frac{5e^{2x} - 3e^{3x}}{e^x} dx = ?$ i, $\int e^x (1+e^x)^6 dx = ?$

j, $\int \tan x dx = ?$ k, $\int \tan^2 x dx = ?$ l, $\int \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx = ?$

m, $\int x^2 \sin(x^3) dx = ?$

Átmentési: lejtőlbrás az $\int f(\varphi(x)) \varphi'(x) dx = F(\varphi(x)) + C$
képletet kell használni alkalmas f -re, φ -re.

2. Gránitáriat ki a következő integrálok!

a, $\int \sin^5 x dx = ?$ b, $\int_{x=0}^{\pi/2} \sin^2 x \cos^3 x dx = ?$

c, $\int \sin^5 x \cos^3 x dx = ?$ d, $\int \sin^4 x \cos^3 x dx = ?$

Átmentési: Ha a $\sin^n x \cos^m x$ alakban az egyik kitevő páratlan, akkor $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ felhasználásával a páratlan kitevőt alakítunk 1-e. Ha n és m páros, térjünk át a kétszeresre, ha kell, többször is.

3, a, $\int (3x^2 - 4x) e^{2x} dx = ?$ b, $\int_0^{\pi/4} x \cos x dx = ?$

c, $\int \ln x dx = ?$ e, $\int z(2x) e^{3x} dx = ?$

f, $\int z(3x) \cos(5x) dx = ?$ g, $\int_1^2 \arctan x dx = ?$

Utmutatas; cilnein parcialna integralsin.

4, Vegyunk el a kovetkezo racionalis totes integralsat!
 (Csak arra es esetre adunk pildat, amikor a nevezosek
 egyenris valis gyokei vannak.)

a, $\int \frac{3x^2 + 2x}{x-1} dx = ?$ b, $\int \frac{3x+2}{x^2-5x+6} dx = ?$

c, $\int \frac{1}{x^2-1} dx = ?$ d, $\int \frac{1}{x^3+x^2-12x} dx = ?$

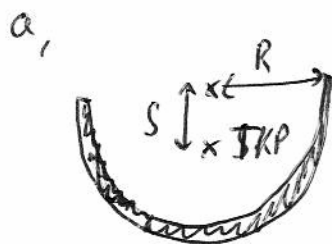
5, Vegyunk el a kovetkezo integralsat a kijelolt helyettesitesel!

a, $\int_0^{1/2} \sqrt{1-x^2} dx = ?$ $x = \sin t$

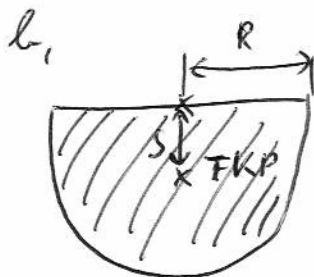
b, $\int \frac{1}{1+e^x} dx = ?$; $t = e^x$ c, $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$; $t = e^x$

d, $\int \frac{1}{\sin x \cdot \cos x} dx$; $t = \tan \frac{x}{2}$

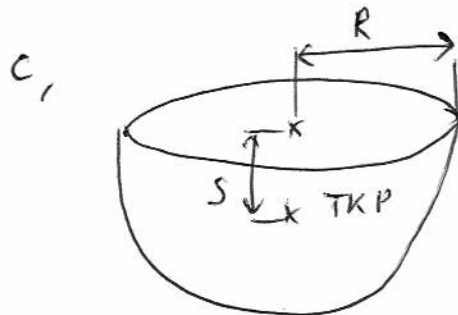
6, Az R sugarú ismeretlen hatásvonalú meg a tömegközéppont helyét megadó S távolság értékeit a következő testek esetén!



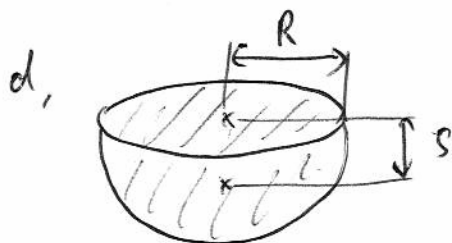
Homogén lejtőből készült félkör



Homogén kúpalap



Vékony falú, homogén félgömb.



Tűnszerű félgömb

7, Határozzuk meg az R sugarú, M tömegű tűnszerű, ill. vékony falú, belül üreges gömb tehetetlenségét nyomatékait a középpontján átmenő tengelyre vonatkoztatva! ($\frac{2}{5}MR^2$ ill. $\frac{2}{3}MR^2$)