1. Gyakorlat

2021. február 8.

Hőmérsékleti sugárzás

A Planck féle sugárzási törvény szerint a következő eloszlási függvénnyel írhatjuk le a fekete test sugárzását:

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \quad .$$

Mutassuk meg, hogy

- $\nu \to 0$ esetén $u(\nu, T) \approx k_B T \nu^2$ (Rayleigh–Jeans sugárzási törvény),
- $\nu \to \infty$ esetén $u(\nu, T) \approx \nu^3 \exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T}\right)$ (Wien–féle sugárzási törvény),
- $\lambda_{max} T$ = const. (Wien–féle eltolódási törvény),
- $E = \int_0^\infty u(\nu, T) d\nu \approx T^4$ (Stefan–Boltzmann törvény) !

Hőmérsékleti sugárzás

$$\boxed{u(\nu,T) = \frac{8\pi h}{c^3}\frac{\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1}} \quad .$$

- $\nu \to 0$

$$u(\nu,T) = \frac{8\pi h}{c^3}\frac{\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} = \frac{8\pi h}{c^3}\frac{\nu^3}{\frac{h\nu}{k_B T}} = \frac{8\pi}{c^3} k_B T \nu^2$$

- $\nu \to \infty$

$$u(\nu,T) = \frac{8\pi h}{c^3}\frac{\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} = \frac{8\pi h}{c^3} e^{-\frac{h\nu}{k_B T}}$$

Hőmérsékleti sugárzás

- Wien féle eltolódási törvény.

$x = \frac{h\nu}{k_B T}$.

$$u(x,T) = \frac{8\pi h}{c^3}\left(\frac{k_B T}{h}\right)^3 \frac{x^3}{e^x - 1}$$

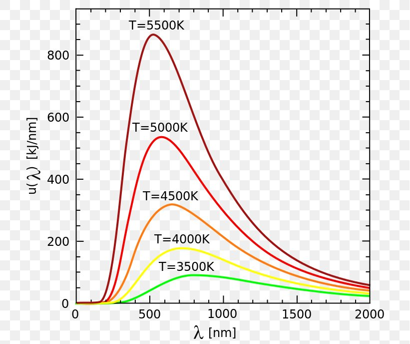
A maximum helyén:

$$\frac{du}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dx}\frac{x^3}{e^x - 1} = 0$$

Teljesüljön ez a feltétel x_0-ban.

$x_0 = \frac{h\nu_{max}}{k_B T}$

$$k_B T \lambda_{max} = \frac{hc}{x_0}$$



Hőmérsékleti sugárzás

- Stefan–Boltzmann törvény, összes kisugárzott energia:

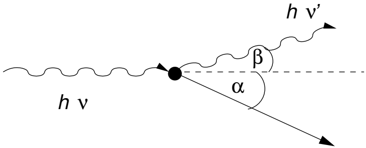
$$E = \int_0^\infty u(\nu, T) d\nu = \int_0^\infty \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} d\nu$$

Használjuk a $x = \dfrac{h\nu}{k_B T}$ helyettesítést:

$$E = \int_0^\infty \frac{8\pi h}{c^3} \left(\frac{k_B T}{h}\right)^3 \frac{x^3}{e^x - 1} \frac{k_B T}{h} \approx T^4$$

Compton szórás

Hogyan változik a Compton szórás során a szórt foton hullámhossza?



Használjuk fel a négyes impulzus megmaradását! Vezessük be a $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ jelölést. Írjuk fel a négyes impulzus megmaradását:

szóródás előtt | szóródás után

$$\begin{pmatrix} \frac{h\nu}{c} \\ \frac{h}{\lambda} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_0 c \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{h\nu'}{c} \\ \frac{h}{\lambda'}\cos(\vartheta) \\ \frac{h}{\lambda'}\sin(\vartheta) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} mc \\ mv\cos(\alpha) \\ -mv\sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

Használjuk fel a Minkowski tér normájának invarianciáját:

$$m^2c^2 - m^2v^2 = m_0^2c^2 \ .$$

Bohr modell

Vezessük le a hidrogén atom energiáját a Bohr modell alapján:

$$m\frac{v^2}{r} = k\frac{e^2}{r^2}, \qquad mvr = n\hbar, \qquad E = \frac{1}{2}mv^2 - k\frac{e^2}{r}$$

HF

A Bohr–Sommerfeld kvantumfeltétel felhasználásával határozzuk meg a harmonikus oszcillátor energia spektrumát!

- Rajzoljuk le a harmonikus oszcillátor pályáját a fázistérben!
- Az oszcillátor energiáját írjuk át egy ellipszis egyenletévé:

  $$E = \frac{p^2}{2m} + \frac{k}{2}x^2 \qquad \rightarrow \qquad \left(\frac{p}{a}\right)^2 + \left(\frac{x}{b}\right)^2 = 1\ ,$$

  és számítsuk ki az ellipszis területét!
- Hasonlóan kvantáljuk meg egy pattogó labda energiáját!