

8. Házi feladat

1. Határozzuk meg a következő skalár terek gradiensét henger koordináta rendszerben:

(a) $\Phi(\mathbf{r}) = \frac{e^{i\varphi}}{\rho}$

(b) $\Phi(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{a}\mathbf{r}}{r}$

2. Határozzuk meg a következő vektor terek divergenciáját és rotációját henger koordináta rendszerben:

(a) $\mathbf{V}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{r}}{r^2}$

(b) $\mathbf{V}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{a} \times \mathbf{r}}{r^3}$

$$\begin{aligned}\nabla\Phi &= \mathbf{e}_\rho \frac{\partial\Phi}{\partial\rho} + \mathbf{e}_\varphi \frac{1}{\rho} \frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} + \mathbf{e}_z \frac{\partial\Phi}{\partial z} \\ \operatorname{div}\mathbf{V} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial\rho V_\rho}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial V_\varphi}{\partial\varphi} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \\ \operatorname{rot}\mathbf{V} &= \mathbf{e}_\rho \left(\frac{\partial V_z}{\partial\varphi} - \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} \right) + \mathbf{e}_\varphi \left(\frac{\partial V_\rho}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial\rho} \right) + \mathbf{e}_z \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial\rho V_\varphi}{\partial\rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial V_\rho}{\partial\varphi} \right)\end{aligned}$$