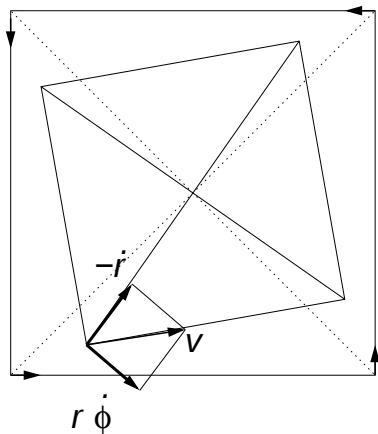


1. Feladat

30 pont

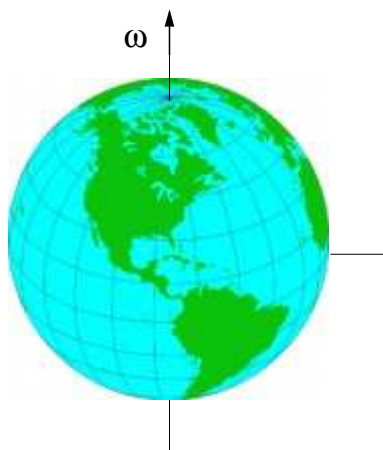
Még az első gyakorlaton oldottuk meg a következő példát: egy a oldalú négyzet négy sarkán négy légy ül (az ábrán nyilak jelölik). Egyszer csak elindulnak úgy, hogy mindegyik légy mindig a tőle jobbra levő légy felé mozog állandó v sebességgel. A négy légy mindig egy négyzet sarkain lesz, ahogy az ábra is mutatja. Az ábráról leolvashatóan $\dot{r} = -\frac{\sqrt{2}}{2}v$ és $r\dot{\phi} = \frac{\sqrt{2}}{2}v$.



- Mekkora a legyek által meghatározott négyzet $\dot{T}$ területi sebessége, ahol T a négyzet területét jelöli?
- Mekkora a legyek átlagsebessége arra az időtartamra, amíg egymással találkoznak?
- A négyzet középpontja körül a legyekkel együtt forgó koordináta rendszerben írjuk fel a tehetetlenségi erőket egy m tömegű légyre!

2. Feladat

20 pont



A matematikai inga periódusidejét a következő képlettel adhatjuk meg:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Adjuk meg az északi póluson és az egyenlítőn lévő, egyforma hosszúságú inga periódusidejének az arányát, ha a föld sugara $R = 6378 \text{ km}$. Becsüljük meg, hogy az északi póluson pontosan járó óra mennyit késik egy év alatt az egyenlítőn?

3. Feladat

30 pont

A $\mathcal{K}'$ rendszer egyenletes v sebességgel mozog a $\mathcal{K}$ inercia rendszerhez képest. Ekkor $\mathcal{K}'$ -ban egy tömegpont koordinátáit a Lorentz transzformációval kaphatjuk meg a $\mathcal{K}$ koordinátáiból:

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{v}{c^2} \\ -v & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix} \quad \text{vagy,} \quad \begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{v}{c} \\ \frac{-v}{c} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix}$$

- Ha egy test a $\mathcal{K}'$ rendszerben V' sebességgel mozog, akkor mekkora sebességnek látszik ez a $\mathcal{K}$ rendszerben?
- A négyes sebességet a négyes hely sajátidő szerinti deriváltjából kapjuk:

$$\mathcal{V} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \begin{pmatrix} c \\ V \end{pmatrix}$$

Mutassuk meg, hogy a $\mathcal{K}'$ rendszerben a Lorentz transzformációval kaphatjuk meg a négyes sebességet. (Az egyszerűség kedvéért csak *kettes* sebességet használjunk.)

4. Feladat

20 pont

Mutasuk meg, hogy a $(cdt)^2 - (vdt)^2$ ívelem invariáns a Lorentz transzformációval szemben!

Segítség:

$$\mathbf{F}_t = -m\ddot{\mathbf{R}} - 2m\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} - m\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\omega}\mathbf{r}) + m\omega^2\mathbf{r} - m\dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r}$$