

Fizika ZH matematikusoknak

1. Adjuk meg egy α hajlásszögű lejtőn súrlódásmentesen csúszó m tömegű test Lagrange függvényét! 5 pont
2. Egy l hosszúságú fonál végén m tömegű test mozog.
 - a.) Írjuk fel a Lagrange függvényét polár koordinátákban! 5 pont
 - b.) Milyen megmaradó mennyiségeink lesznek? 5 pont
 - c.) Adjuk meg az Euler–Lagrange egyenleteket! 5 pont
 - d.) Milyen kezdeti feltételekkel fog a rendszer ingaként viselkedni és mikor egyenletes körmozgást végezni? (Adjuk meg összefüggést $\dot{\varphi}$, $\dot{\vartheta}$ és $\dot{\vartheta}$ között!) 5 pont
3. Két azonos, tökéletes matematikai ingának tekinthető ingaórát helyezünk el az Északi Sarkon és az Egyenlítőn. A Föld forgásának paraméterei: szögsebesség: ω , sugár: R . A nehézségi gyorsulás: g .
 - a.) Vezesd le a matematikai inga periódusidejét? (Az inga csak síkban, kis kitérésekkel mozog.) 5 pont
 - b.) Mutasd meg, hogy a Föld forgása miatt nem azonos a két inga periódusideje! 5 pont
 - c.) Add meg a két periódusidő közti különbséget, majd linearizáld a kapott eredményt annak ismeretében, hogy a Föld forgásából adódó korrekció igen kicsi! Fejezd ki a kapott eredményt a nyugalmi koordinéta rendszerbeli inga T_0 periódusidejével! 5 pont
4. A $\mathcal{K}'$ rendszer egyenletes v sebességgel mozog a $\mathcal{K}$ inercia rendszerhez képest. Ekkor $\mathcal{K}'$ -ban egy tömegpont koordinátáit a következő transzformációval kaphatjuk meg a $\mathcal{K}$ koordinátáiból:

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{v}{c^2} \\ -v & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix}$$

- a.) Ha egy test a $\mathcal{K}'$ rendszerben v' sebességgel mozog, mekkora sebességnek látszik ez a $\mathcal{K}$ rendszerben? 10 pont
- b.) Mutassuk meg, hogy a $(cdt)^2 - dx^2$ ívelem invariáns a Lorentz transzformációval szemben! 10 pont