

Fizika ZH matematikusoknak

1. A $\mathcal{K}'$ rendszer egyenletes v sebességgel mozog a $\mathcal{K}$ inercia rendszerhez képest. Ekkor $\mathcal{K}'$ -ban egy tömegpont koordinátáit a következő transzformációval kaphatjuk meg a $\mathcal{K}$ koordinátaiból:

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{v}{c^2} \\ -v & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{v}{c} \\ \frac{-v}{c} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix}$$

- a.) Mutassuk meg, hogy egy a $\mathcal{K}$ rendszerben álló l hosszúságú rúd a $\mathcal{K}'$ rendszerben rövidebbnek látszik! 10 pont
- b.) Vezessük le a négyes sebességet, amelyet a négyes hely sajátidő szerinti deriváltjaként kapunk: 10 pont

$$x^\mu = \begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix}$$

2. Egy részecske állandó sebességgel, körpályán kering a $\mathcal{K}$ inercia rendszerben. Milyen sebességgel kell keringenie, hogy a saját rendszerében mért keringési ideje fele akkora legyen, mint a $\mathcal{K}$ rendszerben mért periódus idő? ühfill 10 pont
3. Két azonos, tökéletes matematikai ingának tekinthető ingaórát helyezünk el az Északi Sarkon és az Egyenlítőn. A Föld forgásának paraméterei: szögsebesség: ω , sugár: R . A nehézségi gyorsulás: g . Az inga periódus ideje kis kitérések esetén:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

- b.) Mutasd meg, hogy a Föld forgása miatt nem azonos a két inga periódusideje! 5 pont
- c.) Add meg a két periódusidő közti különbséget, majd linearizáld a kapott eredményt annak ismeretében, hogy a Föld forgásából adódó korrekció igen kicsi! Fejezd ki a kapott eredményt a nyugalmi koordináta rendszerbeli inga T_0 periódusidejével! 5 pont
4. Egy ω szögsebességgel forgó korongon egy m tömegű test csúszik surlódásmentesen, amelyet $\mathbf{v}_0$ kezdősebességgel indítottunk el. Írjuk fel a test mozgásegyenletét egy inercia rendszerben és a koronggal együtt mozgó koordinátarendszerben! Mutassuk meg, hogy a forgás középpontjától mért távolság időderiváltjára a forgó rendszerben a következő összefüggés igaz: 20 pont

$$\dot{r} = \sqrt{c + r^2 \omega^2}$$