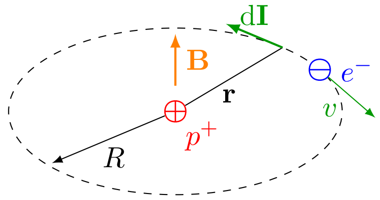
Utolsó módosítás: 2015. április 27., 19:19

Fizika A2E, 10. feladatsor

Vida György József
vidagyorgy@gmail.com

1. feladat: *Niels Bohr* 1913-ban felállított modellje szerint a hidrogénatomban a középpontban lévő proton körül egy elektron kering, attól $R = 5{,}3 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}$ távolságban, $v = 2{,}2 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s}$ sebességgel. Határozzuk meg az elektron által keltett mágneses tér nagyságát a proton helyén! Az elektron töltésének nagysága $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$.



1-A. ábra

Megoldás:
Először határozzuk meg, hogy az elektron mekkora áramnak felel meg:

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi R}\,, \tag{1-1}$$

ahol T a keringés ideje.

A köráram φ szögnél található elemi $\mathrm{d}\mathbf{I}(\varphi)$ darabja

$$\mathrm{d}\mathbf{B}(\varphi) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathrm{d}\mathbf{I}(\varphi) \times \mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3} \tag{1-2}$$

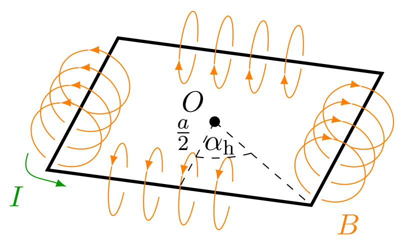
mágneses indukciót hoz létre, ahol φ 0-tól 2π-ig fut és $\mathbf{r}$ a φ szögnél lévő, $\mathrm{d}l = R\,\mathrm{d}\varphi$ hosszú, I áramdarabtól a proton helyére mutató vektor. A $\mathrm{d}\mathbf{I}(\varphi)$ vektor érintőirányú, és nagysága $\mathrm{d}I(\varphi) = I\,\mathrm{d}l$. Mivel a köráram mentén végig merőleges $\mathbf{r}$ és az áram iránya, így az összes $\mathrm{d}\mathbf{B}(\varphi)$ járulék egy irányba mutat: a síkra merőlegesen felfele. A teljes $\mathbf{B}$ vektor így

$$\mathbf{B} = \int\limits_{\text{kör}} \mathrm{d}\mathbf{B}(\varphi) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\limits_{\text{kör}} \frac{\mathrm{d}\mathbf{I}(\varphi) \times \mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\mathbf{e}_z \int\limits_0^{2\pi} \frac{I \cdot R\,\mathrm{d}\varphi \cdot R}{R^3} = \frac{\mu_0 I}{2R}\,\mathbf{e}_z \tag{1-3}$$

$$= \frac{\mu_0 e v}{4\pi R^2}\,\mathbf{e}_z \tag{1-4}$$

$$|\mathbf{B}| = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{V\,s}}{\mathrm{A\,m}} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 2{,}2 \cdot 10^{6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{4\pi (5{,}3 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m})^2} = 157{,}5\,\mathrm{T}\,. \tag{1-5}$$

2. feladat: Négyzet alakú, $a = 0{,}4\,\mathrm{m}$ élhosszúságú vezető keretben $I = 10\,\mathrm{A}$ erősségű áram folyik. Számítsuk ki a mágneses tér nagyságát és irányát a keret középpontjában!



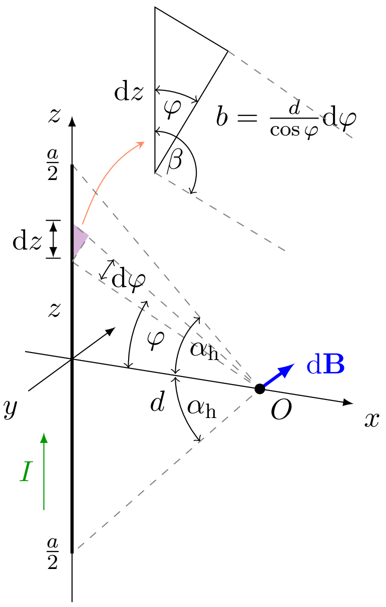
2-A. ábra

Megoldás:
A keretet fel tudjuk osztani annak négy oldalára, és az eredő indukciót meg tudjuk adni úgy, mint egy oldal indukciójának a négyszerese. Ezután már csak azt kell meghatároznunk, hogy egy a hosszúságú rúd közepétől $d = \frac{a}{2}$ távolságban mekkora az indukció (lásd 2-B. ábra).

Ennek meghatározásához pedig tekintsük a vezetőszakasz $\mathrm{d}z$ hosszú darabját. Az O pontban létrejövő mágneses indukció merőleges a vezetőt és az

O pontot tartalmazó síkra és befelé mutat. Az összes ilyen darabra a mágneses indukció azonos irányba mutat, így az eredő $\mathbf{B}$ kiszámolásához elég a vektorok nagyságát összegezni. Ehhez $\mathrm{d}\mathbf{I} = I \cdot \mathrm{d}z\, \mathbf{e}_z$:

$$\mathrm{d}B(z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|\mathrm{d}\mathbf{I} \times \mathbf{r}|}{|\mathbf{r}|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathrm{d}I \cdot r \cdot \sin\beta}{r^3} \;, \tag{2-1}$$



2-B. ábra

ahol β a $\mathrm{d}\mathbf{z}$ és a vezetődarabot az O-val összekötő vektor közé zárt szög. A geometriai elrendezésből láthatjuk, hogy $\beta = 90° + \varphi$, vagyis $\sin\beta = \sin(90° + \varphi) = \cos\varphi$, tehát

$$\mathrm{d}B(z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I\mathrm{d}z \cdot \frac{1}{d^2+z^2} \cdot \frac{d}{\sqrt{d^2+z^2}} = \frac{\mu_0 I d}{4\pi} \cdot \frac{1}{(d^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\, \mathrm{d}z \;, \tag{2-2}$$

melyet sajnos nem lehet túl praktikusan összegezni a $z \in \left[-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right]$ tartományon úgy, hogy a z-t használjuk, mint integrálási változót. Érdemes áttérni szög szerinti paraméterezésre. Ekkor a φ szög a $[-\alpha_\mathrm{h}, \alpha_\mathrm{h}]$ tartományt járja be, ahol

$$\sin\alpha_\mathrm{h} = \frac{\frac{a}{2}}{\sqrt{d^2 + \frac{a^2}{4}}} \;. \tag{2-3}$$

A $\mathrm{d}\varphi$ és a $\mathrm{d}z$ közötti összefüggést az ábráról olvashatjuk le. A φ szögnél lévő $\mathrm{d}\varphi$ szög alatt látszódó $\mathrm{d}z$ darab $r = \frac{d}{\cos\varphi}$ távolságra van az O ponttól, vagyis a kiemelt háromszög befogója $b = r\mathrm{d}\varphi = \frac{d}{\cos\varphi}\mathrm{d}\varphi$. A derékszögű háromszögben $b = \mathrm{d}z \cos\varphi$, vagyis

$$\mathrm{d}z = \frac{d}{\cos^2\varphi}\, \mathrm{d}\varphi \;. \tag{2-4}$$

Így

$$\mathrm{d}B(\varphi) = \frac{\mu_0 I d}{4\pi} \cdot \frac{1}{r^3} \cdot \frac{d}{\cos^2\varphi}\mathrm{d}\varphi = \frac{\mu_0 I d}{4\pi} \cdot \frac{1}{\left(\frac{d}{\cos\varphi}\right)^3} \cdot \frac{d}{\cos^2\varphi}\mathrm{d}\varphi = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \cos\varphi\, \mathrm{d}\varphi \;. \tag{2-5}$$

Melyet integrálva:

$$B = \int\limits_{\text{vezető}} \mathrm{d}B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \int\limits_{-\alpha_\mathrm{h}}^{\alpha_\mathrm{h}} \cos\varphi\, \mathrm{d}\varphi = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} [\sin\varphi]_{-\alpha_\mathrm{h}}^{\alpha_\mathrm{h}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \sin\alpha_\mathrm{h} \tag{2-6}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \frac{\frac{a}{2}}{\sqrt{d^2 + \frac{a^2}{4}}} \;, \tag{2-7}$$

és mivel itt $d = \frac{a}{2}$, így

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \sqrt{2} \;. \tag{2-8}$$

A teljes hurokra ennek a négyszeresét kapjuk, így

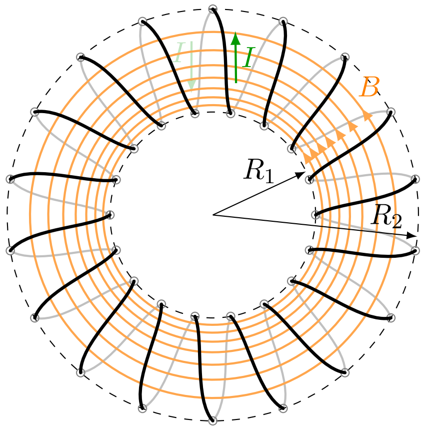
$$B_\mathrm{hurok} = \frac{2\mu_0 I}{\pi a} \sqrt{2} \;. \tag{2-9}$$

3. feladat: *Toroidnak* nevezik azt az eszközt, amikor egy hosszú tekercset gyűrű alakban önmagába visszahajlítunk. A jövő energiaforrásaként emlegetett hidrogén fúziós reaktorok egyik kísérleti példánya az ún. „Tokamak”. Ez lényegében egy igen nagy mágneses tér létrehozására alkalmas toroid, amelynek középvonalában található a magas hőmérsékletű hidrogéngázból keletkezett plazma. Egy bizonyos tokamak belső sugara $R_1 = 0{,}7\,\mathrm{m}$, külső sugara pedig $R_2 = 1{,}3\,\mathrm{m}$. Összesen $N = 900$ menet veszi körül a toroid gyűrűt, és minden egyes menetben $I = 14000\,\mathrm{A}$ áram folyik.

a) Mekkora a mágneses tér erőssége a belső sugár közelében?

b) Mekkora a mágneses tér erőssége a középvonalnál?

c) Mekkora a mágneses tér erőssége a külső sugár közelében?



3-A. ábra

Megoldás:

A mágneses indukciót az Ampère-törvény segítségével számoljuk, amely kimondja:

$$\oint_{\substack{\text{zárt}\\\text{hurok}}} \mathbf{B}\,\mathrm{d}\mathbf{s} = \mu_0 I_{\text{bent}}\ , \tag{3-1}$$

ahol a bal oldalon a mágneses indukció vonalintegrálja áll egy adott zárt hurok mentén, míg a jobb oldalon a hurok által körbezárt áram előjeles összege szerepel. Ha egy áramot a hurok a jobb kéznek megfelelően öleli körbe, akkor azt pozitív, ha bal kéznek megfelelően, akkor negatív előjellel kell figyelembe venni.

Ennek alkalmazásához azzal a közelítéssel élünk, hogy a toroid nagyon sűrűn van tekercselve, így a rendszer forgásszimmetrikus annak tengelyére. Ha ez igaz, akkor a kialakuló mágneses tér is forgásszimmetrikus lesz, vagyis a létrejövő B tér nagysága csak az r sugártól függ.

Válasszunk egy r sugarú körvonalat zárt huroknak. A körüljárás iránya legyen megegyező a $\mathbf{B}$ tér irányával. Mivel $\mathbf{B} \parallel \mathbf{ds}$ és a $\mathbf{B}$ nagysága független attól, hogy az adott r sugarú kör mentén hol vagyunk, így

$$\oint_{\text{kör}} \mathbf{B}\,\mathrm{d}\mathbf{s} = B(r) \oint_{\text{kör}} \mathrm{d}s = B(r) 2r\pi\ . \tag{3-2}$$

A befoglalt áram r függvényében változik. Ha $r < R_1$ akkor a hurkon belül nincs áram, vagyis a mágneses indukció is nulla. Ja $R_1 < r < R_2$, akkor $I_{\text{bent}} = N \cdot I$, hiszen a belső sugár mentén felfele folyik az áram a tekercs meneteiben. Ekkor

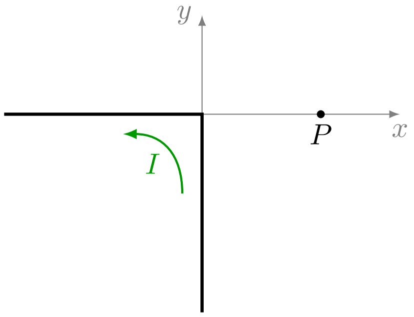
$$B(r) = \frac{\mu_0 N I}{2r\pi}\ . \tag{3-3}$$

A $R_2 < r$ tartományon szintén az összes körbezárt áram nulla, vagyis ott sincs indukció. Összefoglalva tehát:

$$B(r) = \begin{cases} 0 & r < R_1 \\ \frac{\mu_0 N I}{2r\pi} & R_1 < r < R_2 \\ 0 & R_2 < r \end{cases}\ . \tag{3-4}$$

A válasz a feladat három kérdésére:

$$B(R_1) = 3{,}6\,\mathrm{T}\ , \qquad B\left(\frac{R_1 + R_2}{2}\right) = 2{,}52\,\mathrm{T}\ , \qquad B(R_2) = 1{,}94\,\mathrm{T}\ . \tag{3-5}$$



4-A. ábra

4. feladat: Az $x-y$ síkbeli koordinátarendszer tengelyei mentén egy, az origóban megtört kábel vezeti az áramot a következő módon: az $y=-\infty$ irányból érkező I áram a koordinátarendszer középpontjáig egyenesen halad, itt a kábel megtörik, és az áram az $x=-\infty$ irányban az x tengely mentén távozik. Mekkora a mágneses tér erőssége az x tengely mentén, az $x>0$ pontokban?

Megoldás:

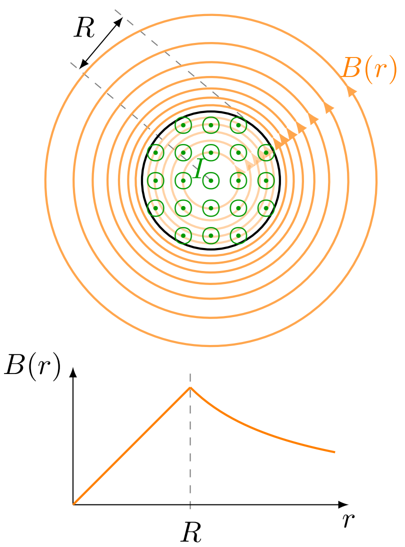
A feladatban szereplő vezető felbontható két darabra. Az azonnal adódik, hogy az x tengellyel párhuzamos rész nem ad mágneses indukciójárulékot a P pontban, hiszen a vezetődarabokat és a P pontot összekötő vektor párhuzamos az áram folyásirányával, vagyis a Biot–Savart-törvényben szereplő keresztszorzat nulla lesz.

Az y tengellyel párhuzamos rész járulékát pedig a 2. feladat eredménye alapján tudjuk egyszerűen számolni. Szimmetriaokok miatt a félegyenesnek fele akkora mágneses indukciót kell létrehoznia, mint a végtelen hosszú vezetőnek. Annak terét pedig a második feladatban az $\alpha_\mathrm{h}\to\frac{\pi}{2}$ határesetben kapjuk:

$$B_{\text{végtelen egyenes}}=\lim_{\alpha_\mathrm{h}\to\frac{\pi}{2}}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}\sin\alpha_\mathrm{h}=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}\,, \tag{4-1}$$

ahonnan

$$B(P\text{-ben})=\frac{\mu_0 I}{4\pi x}\,. \tag{4-2}$$



5-A. ábra

5. feladat: Nagyon hosszú, R sugarú, egyenes kábelben I_0 áram folyik. Tételezzük fel, hogy az áramsűrűség a vezető egész keresztmetszetében állandó. Hogyan függ a kábel által keltett mágneses tér nagysága a kábel középvonalától mért távolságtól a kábel belsejében az $r<R$ tartományban és az $r>R$ térrészben a kábelen kívül?

Megoldás:

Ennek a feladatnak a megoldásához is az Ampère-törvényt fogjuk használni. A hengerszimmetria miatt válasszunk itt is kör alakú integrálási utat. A $\mathbf{B}$ tér itt is érintőirányú lesz és nagysága csak a sugártól függhet.

Az Ampére-törvény bal oldalán szereplő vonalintegrál:

$$\oint_{\text{kör}}\mathbf{B}\,\mathrm{d}\mathbf{s}=B(r)\oint_{\text{kör}}\mathrm{d}s=B(r)2\pi r\,. \tag{5-1}$$

Ha $r>R$ akkor a teljes I áramot magába foglalja a hurok: $I_\mathrm{bent}=I$. Azonban ha $r<R$, akkor az áramnak csak egy részét kerüljük meg. Mivel az árameloszlás egyenletes, így a körbezárt felület és a teljes keresztmetszet aránya adja meg bezárt áram mennyiségét:

$$I_\mathrm{bent}(r)=\frac{r^2\pi}{R^2\pi}I\,. \tag{5-2}$$

Ezek alapján

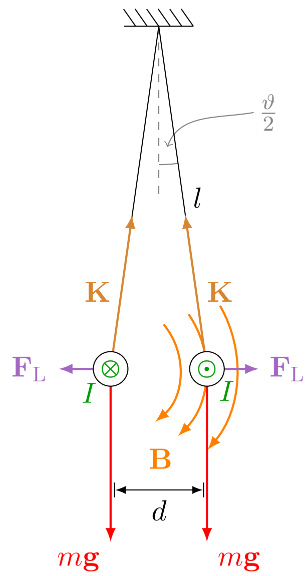
$$B(r)=\begin{cases}\frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{r}{R^2} & r<R\\ \frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{1}{r} & R<r\end{cases}\,. \tag{5-3}$$

6. feladat: Két hosszú vezetődarabot, melyek tömege méterenként $\mu = 40\,\mathrm{g}$, szorosan egymás mellé, vízszintesen a mennyezetre függesztünk $l = 6\,\mathrm{cm}$ hosszú cérnadarabokkal. Mindkét kábelbe I áramot vezetünk, melyek hatására a vezetők egymástól eltávolodnak. Ekkor a két kábelt tartó cérnaszálak $\vartheta = 16°$-os szöget zárnak be egymással.

a) A két vezetőben azonos vagy ellenkező irányban folyik az áram?

b) Mekkora az I áramerősség?

Megoldás:



6-A. ábra

a) A két eset felrajzolásával meggyőződhetünk arról, hogy a vezetékekben ellentétes irányban kell folynia az áramnak. Ha az áram befelé folyik, akkor a bal oldali vezeték által létrehozott mágneses tér lefelé mutat a jobb oldali vezeték helyén. Itt a Lorentz-erő akkor mutat jobbra, vagyis olyan irányba, hogy a vezetéket eltaszítsa a másiktól, ha abban kifelé folyik az áram. A fordított eset is ellenőrizhető, a bal oldali vezetékre is taszító erőt kapunk.

b) Vegyünk s hosszúságú vezetékdarabokat. Ha felírjuk az erők egyenlőségét vízszintes és függőleges irányban:

$$x: \qquad 0 = F_\mathrm{L} - K\sin\frac{\vartheta}{2} \tag{6-1}$$

$$y: \qquad 0 = K\cos\frac{\vartheta}{2} - \mu\cdot s\cdot g\,, \tag{6-2}$$

ahonnan K-t eliminálva

$$F_\mathrm{L} = \mu s g\cdot \mathrm{tg}\,\frac{\vartheta}{2}\,. \tag{6-3}$$

A Lorentz-erő: $F_\mathrm{L} = B\cdot I\cdot s$, ahol B-t az előző feladatok alapján már tudjuk $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$. d könnyen meghatározható, hiszen $d = 2l\sin\frac{\vartheta}{2}$, amellyel:

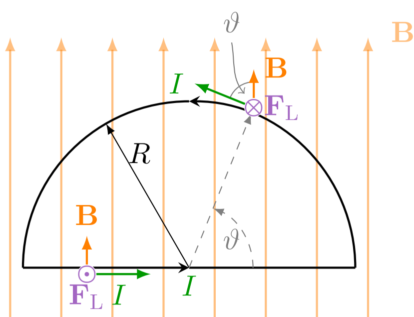
$$F_\mathrm{L} = \frac{\mu_0 I^2 s}{4\pi l\sin\frac{\vartheta}{2}}\,. \tag{6-4}$$

A Lorentz-erőre felírt két kifejezés egyenlőségéből:

$$\mu s g\cdot\mathrm{tg}\,\frac{\vartheta}{2} = \frac{\mu_0 I^2 s}{4\pi l\sin\frac{\vartheta}{2}} \tag{6-5}$$

$$I = \sqrt{\frac{4\pi l\mu g\cdot\mathrm{tg}\,\frac{\vartheta}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}}{\mu_0}}\,. \tag{6-6}$$

7. feladat: Egy R sugarú, félkör alakra hajlított vezető hurokban I nagyságú áram folyik. A vezető az $x-y$ síkban fekszik. A mágneses indukció az y tengellyel párhuzamos, és annak pozitív irányába mutat. Számítsuk ki az egyenes, illetve a hajlított szakaszokra ható erő nagyságát!



7-A. ábra

Megoldás:

Az egyenes szakaszra ható erőt nagyon egyszerű kiszámolni, hiszen a vezető végig merőleges a mágneses indukcióra:

$$F_\text{egyenes} = BI\cdot 2R\,, \tag{7-1}$$

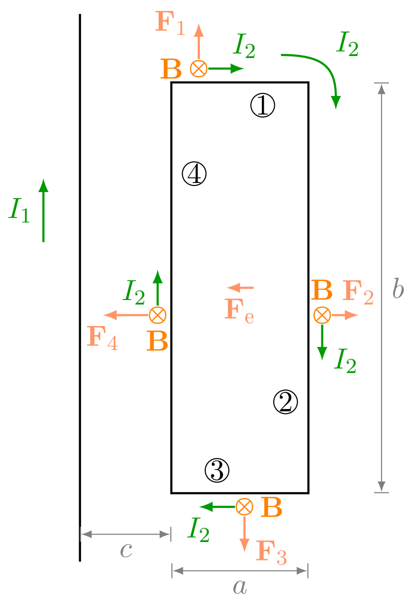
mely a síkra merőlegesen felfelé mutat. A félkör alakú vezetődarabbal kissé bonyolultabb a helyzet. A ϑ szög alatt lévő $\mathrm{d}l = R\mathrm{d}\vartheta$ hosszú vezetődarab ϑ szöget zár be a mágneses indukcióval, vagyis ott a Lorentz-erő járulék:

$$\mathrm{d}\mathbf{F}_\mathrm{L} = \mathrm{d}l \cdot \mathbf{I} \times \mathbf{B} = R\mathrm{d}\vartheta \cdot IB\sin\vartheta \cdot (-\mathbf{e}_\mathrm{z}) \;. \tag{7-2}$$

Vagyis az összes darab járuléka lefelé mutat. A teljes félkörre ezeket tudjuk összegezni:

$$F_\text{félkör} = \int\limits_\text{félkör} \mathrm{d}F_\mathrm{L} = IBR\int\limits_0^\pi \sin\vartheta\,\mathrm{d}\vartheta = IBR\left[-\cos\vartheta\right]_0^\pi = 2IBR\;. \tag{7-3}$$

Tehát látatjuk, hogy a félkörre és az egyenes részre is ugyanakkora erő hat, csak ellentétes irányban. Ez azt eredményezi, hogy a vezetőhurok el fog fordulni a mágneses térre merőleges irányban.



8-A. ábra

8. feladat: Egy hosszú, egyenes vezető és egy téglalap alakúra hajlított vezető keret egy síkban fekszik. A téglalap rövid oldala $a = 0{,}15\,\mathrm{m}$, hosszú oldala $b = 0{,}45\,\mathrm{m}$. Az egyenes vezető és a téglalap hosszú oldala egymással párhuzamosak, az egyenes vezető és a téglalap közelebbi élének távolsága $c = 0{,}1\,\mathrm{m}$. Az egyenes vezetőben folyó áram $I_1 = 5\,\mathrm{A}$, a keretben pedig $I_2 = 10\,\mathrm{A}$ áram kering.

a) Számítsuk ki a keret egyes darabjaira ható erőt!

b) Igaz-e, hogy a keretre ható erők eredője nulla? Magyarázzuk meg az eredményt!

Megoldás:

a) Az egyenes vezető által létrehozott mágneses indukció nagysága

$$B(r) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}\;. \tag{8-1}$$

Az egyes oldalakra ható Lorentz-erők irányát a jobbkéz szabály segítségével tudjuk meghatározni. A két vezetővel párhuzamos oldalra ható erő nagysága:

$$F_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(a+c)} \cdot I_2 \cdot b\;, \qquad F_4 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi c} \cdot I_2 \cdot b\;. \tag{8-2}$$

A merőleges oldalaknál a mágneses indukció nagysága változik a vezető mentén, így ott lokálisan kell vizsgálni az erőket. A 1-es oldal a végtelen vezetőtől x távolságban lévő $\mathrm{d}x$ hosszú darabjára ható erő nagysága

$$\mathrm{d}F_\mathrm{L} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} \cdot I_2 \cdot \mathrm{d}x\;, \tag{8-3}$$

vagyis a teljes oldalra ható erő:

$$F_1 = \int\limits_\text{1-es oldal} \mathrm{d}F_\mathrm{L} = \int\limits_c^{a+c} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} \cdot I_2 \cdot \mathrm{d}x = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\left[\ln x\right]_c^{a+c} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\ln\frac{a+c}{c}\;. \tag{8-4}$$

Hasonlóan a 3-as oldalra is ugyanezt az eredményt kapjuk.

b) Azt látjuk, hogy az 1-es és a 3-as erő kiejtik egymást, hiszen ugyanakkorák és egymással ellentétes irányúak. Azonban 2-es és 4-es erő nem ugyanakkora, hiszen más távolságban vannak azok az oldalak az egyenes vezetőtől, így más mágneses indukciót éreznek. Az eredőerő:

$$F_e = F_4 - F_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 b}{2\pi}\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a+c}\right) , \tag{8-5}$$

mely az egyenes vezető felé mutat.

9. feladat: Egy elektron $V = 2400\,\mathrm{V}$ feszültséggel felgyorsítva olyan térrészbe érkezik, ahol a homogén mágneses tér nagysága $B = 1{,}7\,\mathrm{T}$. Az elektron töltésének nagysága $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$.

a) Mekkora lehet a legnagyobb és a legkisebb erő, amely az elektronra hat?

b) Mitől függ az erő nagysága?

Megoldás:
Az elektronra ható Lorentz-erő:

$$\mathbf{F}_\mathrm{L} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = -e\mathbf{v} \times \mathbf{B} , \tag{9-1}$$

melynek nagysága $F_\mathrm{L} = evB\sin\varphi$, ahol φ a sebesség és a mágneses indukció által bezárt szög. A Lorentz-erő nagysága a bezárt szögtől függ. Ha a bezárt szög 0°, akkor a Lorentz-erő eltűnik, illetve ha at $\varphi = 90°$, akkor az erő maximális.

A Lorenzt-erő nagyságának kiszámításához tudnunk kell az elektron sebességét. Ha V feszültséggel gyorsítottuk, akkor az elektron energiája $E = Ve$. Ez megegyezik az elektron mozgási energiájával:

$$Ve = \frac{1}{2}mv^2 \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{\frac{2Ve}{m}} . \tag{9-2}$$

A Lorentz-erő maximális értéke

$$F_\mathrm{L} = evB = eB\sqrt{\frac{2Ve}{m}} = 1{,}7\,\mathrm{T} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C})^3 \cdot 2400\,\mathrm{V}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} \tag{9-3}$$

$$= 7{,}9 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{N} . \tag{9-4}$$

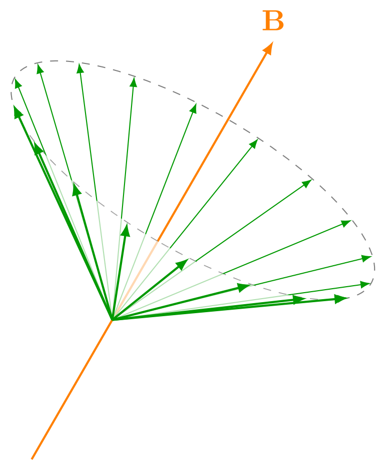
10. feladat: Egy proton $v = 4 \cdot 10^6\,\mathrm{m/s}$ sebességgel halad át egy $B = 1{,}7\,\mathrm{T}$ nagyságú mágneses téren. A mágneses térrel való kölcsönhatás miatt a protonra $F_\mathrm{L} = 8{,}2 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{N}$ nagyságú erő hat. Mekkora szöget zár be a proton sebességének iránya a mágneses térrel? A proton töltése $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$.

Megoldás:
A megoldáshoz használjuk az előző feladatban szereplő összefüggést:

$$\sin\varphi = \frac{F_\mathrm{L}}{evB} = \frac{8{,}2 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{F}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 4 \cdot 10^6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 1{,}7\,\mathrm{B}} = 0.754 \tag{10-1}$$

$$\varphi = 48{,}9° . \tag{10-2}$$

Ez azonban nem egy egyértelmű iránynak felel meg, hiszen a sebességvektor egy kúpfelületen lehet.



10-A. ábra