

# Fizika 2i, 2. feladatsor

3. hét

A mai órához szükséges elméleti anyag:

- elektromos potenciál

**Órai feladatok:**

**1. feladat:** Két koaxiális  $L = 1$  m hosszú henger palástjain, amelyek sugarai  $r_1 = 5$  cm és  $r_2 = 6$  cm; rendre  $Q_1 = Q_2 = 5 \cdot 10^{-6}$  C töltés oszlik el egyenletesen. Határozza meg és ábrázolja a télerősséget a tengelytől való távolság függvényében Gauss tétel alkalmazásával.

Megoldás:

Csak a a bent levő töltés számít. Gauss-tétellel:

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L r},$$

- legbelül  $Q = 0$ ,
- a két réteg között  $Q = Q_1$ ,
- kívül  $Q = Q_1 + Q_2$ .

**2. feladat:** Létezik-e olyan elektrosztatikai erőtér, amelyben az  $E$  télerősség-vektor mindenütt egyenlő irányú, de nagysága a télerősségre merőleges irányban lineárisan növekszik?

Megoldás:

NEM, mert találunk olyan zárt görbét, amelyre a vonal integrál nem nulla, holott konzervatív erőtéről van szó. Például egy téglalap, amely oldalai párhuzamosak illetve merőlegesek az erővonalakra.

**3. feladat:** Mekkora a végtelen hosszú egyenes lineáris töltéssűrűsége, ha a tőle  $r_1 = 4$  cm távol fekvő  $Q = \frac{2}{3} \cdot 10^{-9}$  C nagyságú ponttöltés  $r_2 = 2$  cm-re való kvázisztatikus közelítésekor a végzett munka  $W = 5 \cdot 10^{-6}$  J?

Megoldás:

Egyenes vezető tere:

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Az elektromos munka

$$W = -Q \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{E} dr,$$

most

$$W = \frac{\lambda Q}{2\pi\epsilon_0} \ln 2,$$

így

$$\lambda = \frac{W}{Q \ln 2} 2\pi\epsilon_0 = 6,02 \cdot 10^{-7} \frac{\text{C}}{\text{m}}$$

**4. feladat:** Egymástól  $d = 10$  cm távol párhuzamosan fekvő végtelen síkok felületi töltéssűrűsége  $\omega_1 = 3 \cdot 10^{-9} \frac{\text{C}}{\text{cm}^2}$  és  $\omega_2 = 7 \cdot 10^{-9} \frac{\text{C}}{\text{cm}^2}$ . Mekkora a vezetők közötti feszültség?

Megoldás:

Sík tere:

$$E = \frac{\omega}{2\epsilon_0}.$$

A két lemez között a tér:

$$E = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2\epsilon_0},$$

a potenciálkülönbség:

$$U = -Ed = -\frac{\omega_1 - \omega_2}{2\epsilon_0} d = 226 \cdot 10^3 \text{ V}.$$

**5. feladat:** Három párhuzamos nagy kiterjedésű fémlemez  $d = 1$  mm távol van egymástól. Mekkora a lemezek közötti potenciálkülönbség, ha az elsőn  $Q_1 = \frac{2}{3} \cdot 10^{-8} \text{ C/cm}^2$ , a másodikon  $Q_2 = \frac{4}{3} \cdot 10^{-8} \text{ C/cm}^2$  és a harmadikon  $Q_3 = 10^{-8} \text{ C/cm}^2$  a töltéssűrűség.

Megoldás:

(M.o.:  $U_{12}=9.41\text{kV}$ ;  $U_{23}=-5.64\text{kV}$ ;  $U_{13}=3.77 \text{ kV}$ .)

Sík tere:

$$E = \frac{\omega}{2\epsilon_0}.$$

A 1-2 lemez között a tér:

$$E_{12} = \frac{\omega_1 - \omega_2 - \omega_3}{2\varepsilon_0},$$

a potenciálkülönbség:

$$U_{12} = -E_{12}d = -\frac{\omega_1 - \omega_2 - \omega_3}{2\varepsilon_0}d = 9,42 \cdot 10^3 \text{ V}.$$

A 2-3 lemez között a tér:

$$E_{23} = \frac{\omega_1 + \omega_2 - \omega_3}{2\varepsilon_0},$$

a potenciálkülönbség:

$$U_{23} = -E_{23}d = -\frac{\omega_1 + \omega_2 - \omega_3}{2\varepsilon_0}d = -5,64 \cdot 10^3 \text{ V}.$$

Az 1 és 3 közötti feszültség az előző kettő összegére:

$$U_{13} = U_{12} + U_{23} = 3,78 \cdot 10^3 \text{ V}.$$

A feszültséget a végtelen távoli pontól mérjük. Két szakaszra bontunk (gömb határa):

$$\begin{aligned} U &= - \int_{\infty}^r E dr = \\ &= - \int_{\infty}^R E_k dr - \int_R^r E_b dr = \dots \\ &= \end{aligned}$$

$\rho/2/\varepsilon_0(R^2 - r^2/3)$ , a  $r$  középponttól való távolság.

**6. feladat:** Hogyan változik meg az előző feladat lemezei közötti potenciálkülönbség, ha a lemezek közötti teret  $\varepsilon_r = 2$  dielektromos állandójú szigetelő tölti ki?

Megoldás:

A tér számolásakor  $\varepsilon_0$  helyett  $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$  kerül, így végül minden feleződik.

**7. feladat:** Két koncentrikus gömb sugara  $r_1 = 5$  cm illetve  $r_2 = 10$  cm. A belsőn  $Q_1 = 3 \cdot 10^{-7}$  C, a külsőn  $Q_2 = 5 \cdot 10^{-7}$  C töltés oszlik el egyenletesen. Mekkora a gömbök közötti potenciálkülönbség?

Megoldás:

A két gömb között a tér:

$$E(r) = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

A feszültség:

$$U = - \int_{r_1}^{r_2} E dr = \dots = -27 \text{ kV}.$$

**8. feladat:** Számítsuk ki egy  $R$  sugarú gömbben a potenciált, ha benne mindenütt  $\rho$  sűrűségű tértöltés van. (A relatív dielektromos állandót vegyük egynek.)

Megoldás: Az elektromos tér kint és bent

$$E_b = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} \quad E_k = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \frac{R^3}{r^2}$$