

Fizika 2i, 1. feladatsor

1. hét

A mai órához szükséges elméleti anyag:

- Coulomb-törvény, elektromos térerősség, szuperpozíció elve
- Elektrosztatika Gauss-tétele

Órai feladatok:

1. feladat: Végtelen hosszúnak tekinthető egyenes fonálon $\sigma = 10^{-7} \text{ C/m}$ lineáris töltéssűrűség van. Határozza meg a villamos térerősséget a fonáltól $d = 50 \text{ cm}$ távolságra a Coulomb-törvény segítségével!

Megoldás:

a fonalat kis szakaszokra fel kell bontani és a Coulomb-törvényt kell a szuperpozíció elvével együtt alkalmazni integrálás segítségével:

$$E = 2 \int_0^{\infty} k \frac{\sigma}{d^2 + x^2} dx = \frac{k\pi}{d} = 3600 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

2. feladat: $R = 10 \text{ cm}$ sugarú vékony körvezetőn $Q = 5 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ töltés oszlik el egyenletesen. Határozza meg a térerősséget a körvezető tengelyén a körvezető síkjától $h = 5 \text{ cm}$ -re. Milyen h távolság esetén a legnagyobb a térerősség?

Megoldás:

szintén a szuperpozíció elvével:

$$E = k \frac{Qh}{(R^2 + h^2)^{3/2}} = 1609 \frac{\text{N}}{\text{C}},$$

ahol $\sigma = \frac{Q}{2R\pi}$ a vonalmenti töltéssűrűség; $h = R/2^{0.5}$ esetén maximális a térerősség

3. feladat: $R = 10 \text{ cm}$ sugarú korong $\omega = 10^{-5} \text{ C/m}^2$ felületi töltéssűrűséggel egyenletesen töltött. Határozzuk meg a korong tengelyén a korongtól $h = 5 \text{ cm}$ -re a térerősséget!

Megoldás: használjuk fel az előző feladat megoldását úgy, hogy körgyűrűkre bontjuk a körlapot. Azaz

$$dE = k \frac{h}{(r^2 + x^2)^{3/2}} dq,$$

és $dq = \omega 2\pi r dr$ így:

$$E = \int_0^R kh\omega 2\pi \frac{r}{(r^2 + h^2)^{3/2}} dr \\ = k\omega 2\pi \left(1 - \frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}} \right) = 3,12 \cdot 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

vegyük az $R \rightarrow \infty$ esetet, mint a végtelen sík terét:

$$E = \frac{\omega}{2\varepsilon_0}$$

4. feladat: Két párhuzamos, végtelennek tekinthető töltött síkon $3 \cdot 10^{-9} \text{ C/cm}^2$ és $7 \cdot 10^{-9} \text{ C/cm}^2$ töltéseloszlás van. Határozza meg a villamos térerősséget a Gauss-tétel alkalmazásával!

Megoldás: síkok tere (Gauss tétellel)

$$E = \frac{\omega}{2\varepsilon_0}$$

szuperpozíció elve, kívül $E = E_1 + 6E_2 = 5.6e6 \text{ N/C}$, belül $E = E_1 - E_2 = 2.2e6 \text{ N/C}$, az irányok fontosak!

5. feladat: Két végtelennek tekinthető egymásra merőleges síkok ω_0 és $2\omega_0$ felületi töltések vannak rendre. Határozza meg a térerősséget!

Megoldás: Pitagorasz tétellel a két merőleges sík:

$$E = \sqrt{5} \frac{\omega_0}{2\varepsilon_0}$$

6. feladat: A kb. 6000 km sugarúnak tekinthető Föld felszínén a villamos térerősség $E = 100 \text{ V/m}$. Mekkora a Föld össztöltése?

Megoldás: homogén töltéeloszlást feltételezve, gömbszimmetria,

$$\oint E dA = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

amelyből:

$$Q = \varepsilon_0 E 4\pi R^2 = 400 \text{ kC}$$

7. feladat: Az R sugarú gömbben ρ állandó térfogati töltéssűrűség van. Határozza meg a villamos térerősséget.

Megoldás: Gauss-tétel, majd belül:

$$E = \frac{r\rho}{3\varepsilon_0}$$

kívül

$$E = R^3 \rho 3\varepsilon_0 \frac{1}{r^2}$$

r a középponttól való távolság.