

Bevezető fizika (vill), 7. feladatsor

Egyenáram, egyenáramú áramkörök 1.

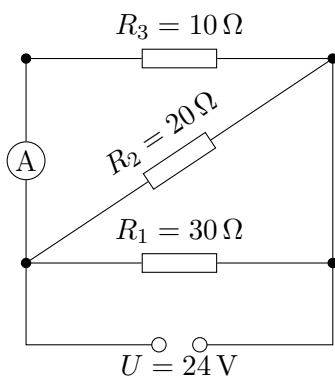
2014. november 4., 16:26

A mai órához szükséges **elméleti anyag**:

- Elektromos áram $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, mértékegység $\frac{1\text{C}}{1\text{s}} = 1\text{ A}$
- Elektromos ellenállás R , mértékegység $1\ \Omega$
- Ohm-törvénye: $R = \frac{U}{I}$
- Egyenáramú áramkörök, soros és párhuzam kapcsolások, Kirchhoff csomóponti törvénye
- munka, energia, teljesítmény ($P = U \cdot I$)

Órai feladatok:

18.4. feladat: Mekkora áramerősséget jelez a műszer az ábra szerinti kapcsolásban? (A műszer belső ellenállása elhanyagolható.)



Mivel mind a három ellenállás egymással párhuzamosan van kapcsolva, így mindegyiken ugyanakkora feszültség esik. Az ampermérőn az az áram folyik keresztül, mint ami az R_3 -as ellenálláson, vagyis:

$$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{24\text{ V}}{10\ \Omega} = 2,4\text{ A} .$$

18.8. feladat: Feszültségforrásra sorosan kötött ellenállások egyikét megváltoztatjuk, változnak-e a részfeszültségek?

Vegyünk két ellenállást, az egyik változzon ($R \rightarrow R'$) a másik legyen a maradék rendszer eredője (R_m) Az Ohm-törvény értelmében az áramerősség:

$$I = \frac{U}{R + R_m} .$$

Csere után:

$$I' = \frac{U}{R' + R_m} .$$

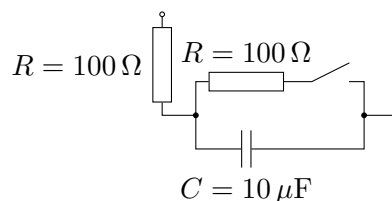
A két esetben a maradékra jutó feszültség:

$$U_m = \frac{UR_m}{R + R_m} \quad U'_m = \frac{UR_m}{R' + R_m} ,$$

amelyek láthatóan csak $R = R'$ esetben egyeznek meg.

18.12. feladat: Elhanyagolható belső ellenállású, $U = 100\text{ V}$ elektromotoros erejű telepet kapcsolunk az ábrán látható hálózatra.

- a) Mekkora a kondenzátor energiája a kapcsoló zárt/nyitott állása mellett?
- b) Mekkora a telep által állandóan leadott teljesítmény a kapcsoló zárt/nyitott állása mellett?



- a) A kapcsoló nyitott állása mellett az áramkörben egy ellenállás és egy kondenzátor marad. Ha ezt egy állandó U feszültségű telepre kapcsoljuk, akkor az a kondenzátort fel fogja tölteni, majd ha a kondenzátor feltöltődött, akkor megszűnik az áram. Az állandósult állapotban nem folyik áram, vagyis az ellenálláson nem esik feszültség, így a kondenzátoron esik mind a 100 V . Ekkor a kondenzátor energiája:

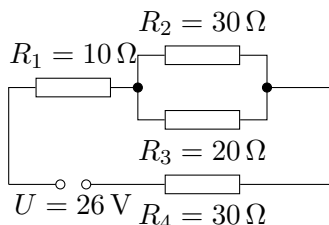
$$E = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \cdot 10\ \mu\text{F} \cdot (100\text{ V})^2 = 50\text{ mJ} .$$

b) Ha a kapcsoló zárt, akkor a kondenzátorral párhuzamosan is van egy R ellenállás. Az állandósult állapotban itt sem folyhat áram a kondenzátoron. A kondenzátor feltöltődése után azonban itt még tud folyni áram az újonnan bekötött ellenálláson keresztül. Az ekkor folyó áram: $I = \frac{U}{2R} = \frac{100\text{ V}}{200\ \Omega} = 0,5\text{ A}$, hiszen az áramkörben két sorosan kapcsolt ellenállás van. A kondenzátor az egyik ellenállás két kivezetésére van kötve, így rajta ugyanakkora feszültség esik mint azon az egy ellenálláson: $U_C = U_R = IR = 0,5\text{ A} \cdot 100\ \Omega = 50\text{ V}$.

Ez alapján a kondenzátor energiája itt:

$$E = \frac{1}{2}CU_C^2 = \frac{1}{2} \cdot 10\ \mu\text{F} \cdot (50\text{ V})^2 = 12,5\text{ mJ}.$$

18.27. feladat: Mennyi az elektromos teljesítmény a $20\ \Omega$ -os ellenálláson?



Számoljuk ki az eredő ellenállást. Elsőként a 2-3 elem párhuzamosan:

$$R_{23} = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{30\ \Omega} + \frac{1}{20\ \Omega} \right)^{-1} = 12\ \Omega.$$

Most már sorosan van 3 ellenállás, az eredő:

$$R_e = R_1 + R_{23} + R_4 = 10\ \Omega + 12\ \Omega + 30\ \Omega = 52\ \Omega.$$

A főágban az áram:

$$I = \frac{U}{R_e} = 0,5\text{ A}.$$

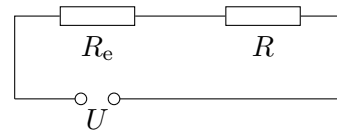
A részfeszültségek:

$$U_1 = R_1 I = 5\text{ V} \quad U_4 = R_4 I = 15\text{ V},$$

azaz $U_{23} = U - U_1 - U_4 = 6\text{ V}$, amely alapján a 3-as ágban folyó áram $I_3 = \frac{U_{23}}{R_3} = 0,3\text{ A}$, a teljesítmény:

$$P_3 = U_{23} I_3 = 6\text{ V} \cdot 0,3\text{ A} = 1,8\text{ W}.$$

18.29. feladat: Feszültségmérő méréshatára $U = 5\text{ V}$, ellenállása $R = 800\ \Omega$. Mekkora előtétellenállást kell sorba kapcsolnunk vele, hogy $U' = 500\text{ V}$ -ig mérhessünk vele?



I_{\max} értékét kell állandóan tartanunk, hiszen akkor jut a műszerre ugyanaz a részfeszültség (U):

$$I_{\max} = \frac{U}{R},$$

az előtét betétele után az összefeszültség:

$$U' = (R_e + R) I_{\max} = \frac{R_e + R}{R} U.$$

Ebből kifejezhető az előtét nagysága:

$$R_e = \frac{U' - U}{U} R = \frac{500\text{ V} - 5\text{ V}}{5\text{ V}} \cdot 800\ \Omega = 79200\ \Omega$$

18.30. feladat: A $I = 2\text{ A}$ méréshatárú, $R_A = 10^{-1}\ \Omega$ belső ellenállású áramerősség-mérővel párhuzamosan kapcsolt söntnek mekkora legyen az ellenállása, hogy $I' = 50\text{ A}$ -ig mérhessünk vele?

A párhuzamosan kapcsolt söntellenállás hatása az, hogy így nem az áramkörben folyó teljes áram fog átfolyni az ampermérőn, hanem annak csak egy része, a többi a söntellenálláson folyik át. Ekkor nagyobb áramokat mérhetünk, a méréshatár megnő addig, míg az így lecsökkent áram értéke is eléri az eredeti méréshatárt.

Az R_A ellenállású ampermérőnek és a vele párhuzamosan kapcsolt R_s söntellenállásnak az eredője:

$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_s}},$$

tehát ha I_0 áram folyik a teljes áramkörben (ekkorát szeretnénk mérni), akkor az árammérőre $U_A = I_0 \cdot R_e$ feszültség esik, vagyis a rajta átfolyó áram:

$$I_A = \frac{U_A}{R_A} = I_0 \cdot \frac{R_e}{R_A} = I_0 \cdot \frac{R_s}{R_A + R_s}.$$

Itt az I_A maximális értéke az ampermérő tényleges méréshatára, így a sönt nagyságát ki tudjuk fejezni:

$$R_s = R_A \frac{I_A}{I_0 - I_A} = 10^{-3}\ \Omega \cdot \frac{2\text{ A}}{50\text{ A} - 2\text{ A}} = 4,16 \cdot 10^{-5}\ \Omega.$$

18.32. feladat: Mennyivel csökken a $U_a = 12\text{ V}$ -os akkumulátor elektromotoros energiája, ha a rákapcsolt $U_i = 12\text{ V}$ -os és $P_i = 25\text{ W}$ -os izzó $t = 10$ órán át világít?

A felhasznált energia:

$$E = Pt = 25 \text{ W} \cdot (10 \cdot 3600) \text{ s} = 900000 \text{ J}.$$

18.36. feladat: Egy $U_1 = 110 \text{ V}$ -os, $P_1 = 25 \text{ W}$ -os izzólámpa kevesebb áramot fogyaszt, mint $U_2 = 3,5 \text{ V}$ -os, $I_2 = 0,3 \text{ A}$ -t fogyasztó zseblámpaizzó. Miért ad mégis erősebb fényt?

A fényerő nem az áramerősséggel, hanem a teljesítménnyel arányos. A zseblámpaizzó teljesítménye:

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 = 3,5 \text{ V} \cdot 0,3 \text{ A} = 1,05 \text{ W}.$$

Mivel $P_1 \gg P_2$, a fényereje is nagyobb.

18.39. feladat: Mikor kapunk több fényt, ha két azonos izzólámpát ugyanakkora feszültségre párhuzamosan, vagy sorosan kapcsolunk?

Legyen az ellenállásuk R . Párhuzamosan kapcsolva az eredő ellenállás $R_p = \frac{R}{2}$, az összteljesítmény:

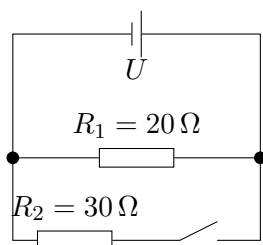
$$P_p = 2UI_p = 2 \frac{U^2}{R_p} = 4 \frac{U^2}{R}.$$

Soros esetben az eredő ellenállás $R_s = 2R$, az összteljesítmény:

$$P_s = 2UI_s = 2 \frac{U^2}{R_s} = \frac{U^2}{R}.$$

Azaz párhuzamosan kapcsolva a teljesítmény, és így a fényerő is négyszer akkora.

+1. feladat: Az ábrán látható elektromos hálózatban a kapcsoló nyitott állásánál $I_{ny} = 0,4 \text{ A}$ erősségű, a kapcsoló zárt állásánál $I_z = 0,6 \text{ A}$ erősségű áram folyik át az áramforráson. Mekkora az áramforrás belső ellenállása?



A nyitott esetben $R_{e,ny} = R_b + R_1$, azaz $I_{ny} = \frac{U}{R_1 + R_b}$, míg zárt esetben $R_{e,z} = R_b + (R_1^{-1} + R_2^{-1})^{-1}$, azaz $I_z = \frac{U}{R_b + (R_1^{-1} + R_2^{-1})^{-1}}$. Az elsőből kifejezhető U és beírható a másodikba:

$$I_z = \frac{(R_1 + R_b)}{R_b + (R_1^{-1} + R_2^{-1})^{-1}} I_{ny}.$$

Ebből kifejezhető a belső ellenállás:

$$\begin{aligned} R_b &= \frac{R_1 I_{ny} - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_z}{I_z - I_{ny}} \\ &= \frac{20 \Omega \cdot 0,4 \text{ A} - \frac{20 \Omega \cdot 30 \Omega}{20 \Omega + 30 \Omega} \cdot 0,6 \text{ A}}{0,6 \text{ A} - 0,4 \text{ A}} \\ &= 4 \Omega. \end{aligned}$$

? feladat: Egy $R_1 = 20 \Omega$ -os ellenállást és egy $R_2 = 10 \Omega$ -os ellenállást kapcsolunk sorosan egy egyenáramú feszültségforrásra. Mekkora ellenállást kell párhuzamosan kapcsolni az $R_1 = 20 \Omega$ -os ellenállással, hogy az $R_2 = 10 \Omega$ -os ellenállásra eső teljesítmény megduplázódjon?

A betétel előtt az eredő ellenállás $R_e = R_1 + R_2$, a főágban az áram $I = \frac{U}{R_1 + R_2}$, tehát a teljesítmény a 2. ellenálláson:

$$P_2 = \frac{U^2}{R_1 + R_2}.$$

A párhuzamosan tag betétele után az új eredő ellenállás:

$$R'_e = \frac{R_1 \cdot R'}{R_1 + R'} + R_2,$$

az új teljesítmény:

$$P'_2 = \frac{U^2}{\frac{R_1 \cdot R'}{R_1 + R'} + R_2}.$$

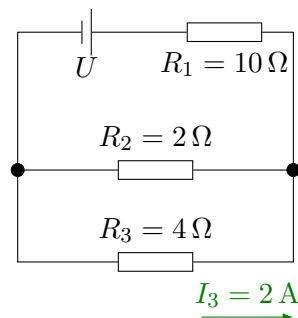
A kívánt cél az, hogy $P'_2 = 2P_2$, azaz:

$$\frac{U^2}{\frac{R_1 \cdot R'}{R_1 + R'} + R_2} = 2 \frac{U^2}{R_1 + R_2}.$$

Átrendezés után a keresett ellenállás:

$$\begin{aligned} R' &= \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} \cdot R_1 = \frac{20 \Omega - 10 \Omega}{20 \Omega + 10 \Omega} \cdot 10 \Omega \\ &= 6,6 \Omega. \end{aligned}$$

+2. feladat: Az ábrán látható elektromos hálózatban a 4Ω -os ellenálláson 2 A erősségű áram folyik. Mekkora feszültség esik a 10Ω -os ellenálláson?



Sorban haladva: $U_3 = R_3 \cdot I_3$, a párhuzamosság miatt $U_2 = U_3$, így

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{R_3 \cdot I_3}{R_2},$$

majd

$$I_1 = I_2 + I_3 = I_3 \left(1 + \frac{R_3}{R_2} \right).$$

Végezetül a keresett feszültség:

$$\begin{aligned} U_1 &= I_1 \cdot R_1 = I_3 \left(1 + \frac{R_3}{R_2} \right) R_1 \\ &= 2 \text{ A} \left(1 + \frac{4 \Omega}{2 \Omega} \right) 10 \Omega. \\ &= 60 \text{ V}. \end{aligned}$$

Otthoni gyakorlásra:

18.5, 18.6, 18.10, 18.25, 18.42, 18.43, 18.46, 18.51, 18.52

A feladatok forrása Dér–Radnai–Soós Fizikai feladatok.