

Bevezető fizika (vill), 2. feladatsor

Kinematika 2. és Dinamika 1.

2014. október 2., 10:41

A mai órához szükséges **elméleti anyag**:

- Röviden beszéljük meg az otthoni felkészülés során felmerült kérdéseket.
- szabadesés, hajítások (kb. 10 perc)
- Az erő, az erők összegezése; Newton törvényei; testek egyensúlya; tömeg, nehézségi erő, súly, súlytalanság, súrlódás

Példák órai gyakorlásra:

1.13. feladat: A talaj fölött $h_0 = 30$ méter magasságból $v_0 = 20$ m/s kezdősebességgel kavicsot dobunk függőlegesen fölfelé. Mekkora a kavics sebessége, elmozdulása és a megtett út $t_1 = 1$ s, $t_2 = 3$ s; $t_3 = 5$ s múlva.

A kavics útja a következő. Először felfelé megy, eléri a maximális magasságot, majd elindul lefelé és eléri a talajt. Ez két nevezetes időpontot jelent, egyet a csúcson (t_{fel}), és az út végén ($t_{\text{össz}}$). t_{fel} meghatározható a kezdeti sebességtől, és a lassulásból:

$$t_{\text{fel}} = \frac{v_0}{g} = \frac{20 \text{ m/s}}{10 \text{ m/s}^2} = 2 \text{ s.}$$

Ez alapján az első időpontban még emelkedett. A sebessége $v_1 = v_0 - gt = 20 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ s} = 10 \text{ m/s}$. A megtett út

$$s_1 = v_0 t_1 - \frac{g}{2} t_1^2 = 20 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ s} - \frac{10 \text{ m/s}^2}{2} (1 \text{ s})^2 = 15 \text{ m,}$$

és végig azonos irányban haladt, így az elmozdulás megegyezik az úttal. A maximális magasság:

$$s_{\text{fel}} = v_0 t_{\text{fel}} - \frac{g}{2} t_{\text{fel}}^2 = 20 \text{ m/s} \cdot 2 \text{ s} - \frac{10 \text{ m/s}^2}{2} (2 \text{ s})^2 = 20 \text{ m,}$$

tehát összesen $H = h_0 + s_{\text{fel}} = 50$ m magasra jutott, ahonnan a leeséshez szükséges idő meghatározható a

$H = \frac{g}{2} t_{\text{le}}^2$ összefüggésből:

$$t_{\text{le}} = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{10} \text{ s} > 3 \text{ s,}$$

azaz az ötödik másodpercben még repülni fog. Tehát 2 másodpercig emelkedett, így t_2 -ig még 1-et zuhant. A megtett út:

$$s_{22} = \frac{g}{s} (t_2 - t_{\text{fel}})^2 = \frac{10 \text{ m/s}^2}{2} (3 \text{ s} - 2 \text{ s})^2 = 5 \text{ m,}$$

összesen $s_2 = s_{\text{fel}} + s_{22} = 25$ m. Az elmozdulás $r_2 = s_{\text{fel}} - s_{22} = 15$ m. A sebessége ekkor $v_2 = -g(t_2 - t_{\text{fel}}) = -10$ m/s, ahol figyelembe vettük, hogy a pozitív irány függőlegesen felfelé választottuk.

t_3 időpillanatig $t_3 - t_{\text{fel}}$ -t zuhan. A keresett értékek:

$$s_{32} = \frac{g}{s} (t_3 - t_{\text{fel}})^2 = \frac{10 \text{ m/s}^2}{2} (5 \text{ s} - 2 \text{ s})^2 = 45 \text{ m,}$$

összesen $s_3 = s_{\text{fel}} + s_{32} = 65$ m. Az elmozdulás $r_2 = s_{\text{fel}} - s_{32} = -25$ m. A sebessége ekkor $v_3 = -g(t_3 - t_{\text{fel}}) = -30$ m/s.

A1. feladat: Egy követ függőlegesen felfelé, egy másik követ függőlegesen lefelé hajítunk $v_0 = 12$ m/s sebességgel, ugyanabban a pillanatban, Mennyi idő múlva lesznek egymástól $x = 60$ méter távolságban?

Írjuk fel a két megtett utat a kívülről nézve:

$$x_{\text{fel}} = v_0 t - \frac{g}{2} t^2,$$

$$x_{\text{le}} = v_0 t + \frac{g}{2} t^2.$$

Összegük (amely pont a távolságnak felel meg): $x = x_{\text{fel}} + x_{\text{le}} = 2v_0 t$, így az eltelt idő:

$$t = \frac{x}{2v_0} = 2,5 \text{ s.}$$

1.15. feladat: Határozzuk meg a $v_0 = 120$ m/s kezdősebességgel $\alpha = 30^\circ$ -os szögben kilőtt test helyzetét a kilövés után 3 másodperccel!

A test vízszintes irányban egyenletes mozgást végez:

$$x(t) = v_{0x}t + x_0,$$

ahol v_{0x} a kezdősebesség vízszintes komponense: $v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$. Az x_0 a $t = 0$ pillanatban a test helye. Helyezzük a koordináta-rendszerünket oda, ahonnan elhajítjuk a testet, így $x(t = 0) = 0$, vagyis $x_0 = 0$.

Függőleges irányban a test egyenletesen gyorsuló mozgást végez. Az y tengely felfelé mutat, így a gyorsulás negatív:

$$y(t) = -\frac{g}{2}t^2 + v_{0y}t + y_0,$$

ahol v_{0y} a függőleges kezdősebesség: $v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$, illetve az előzőekhez hasonlóan y_0 itt is nulla.

A mozgást leíró két egyenlet tehát:

$$x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$$

$$y(t) = -\frac{g}{2}t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t.$$

A $t = 3$ s-ban:

$$x(3\text{ s}) = 120 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \cos 30^\circ \cdot 3\text{ s} = 311,77\text{ m}$$

$$y(3\text{ s}) = -\frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2} (3\text{ s})^2 + 120 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin 30^\circ \cdot 3\text{ s} = 135\text{ m}.$$

1.14. feladat: $h = 200$ méter magasságban $v_0 = 360$ km/h sebességgel haladó repülőgépről a cél előtt milyen távolságban kellene kioldani a segélycsomagot ahhoz, hogy a célba csapódjék, ha nem lenne légellenállás? Mekkora lenne a segélycsomag sebessége a becsapódás pillanatában?

Függőlegesen a csomag egyenletes gyorsulással mozog, vagyis a magassága az idő függvényében:

$$z(t) = -\frac{g}{2}t^2 + h.$$

T idő alatt ez a magasság nullára csökken:

$$0 = -\frac{g}{2}T^2 + h \quad \Rightarrow \quad T = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 6,32\text{ s}.$$

A csomag vízszintes kezdősebessége megegyezik a repülő sebességével, és ez a csomag mozgása során nem is változik. Emiatt, ha T idő alatt ér földet a csomag, akkor az vízszintesen $s = v_0 \cdot T$ távolságot tesz meg. Ez alapján

$$0 = -\frac{g}{2} \frac{s^2}{v_0^2} + h \quad \Rightarrow \quad s = \sqrt{\frac{2hv_0^2}{g}} = 632,45\text{ m}.$$

A függőlegesen szerzett sebessége: $v_y = -gT = -63,2$ m/s, vízszintesen pedig maradt $v_x = v_0$. Az eredő sebesség nagysága:

$$|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 118,32\text{ m/s}.$$

2.14. feladat: Milyen erő hat az eldobott kőre? Mekkora a gyorsulása?

Nehézségi erő, közegellenállás. $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$.

2.3. feladat: A $v_0 = 9$ m/s sebességgel elütött korong a jégen $s = 36$ m út megtétele után áll meg. Mekkora a súrlódási együttható a korong és a jég között?

A korong egyenletesen lassult, átlagsebessége $v_{\text{átl}} = \frac{v_0}{2} = 4,5$ m/s. Ez alapján a megállásig eltelt idő

$$t = \frac{s}{v_{\text{átl}}} = \frac{36\text{ m}}{4,5\text{ m/s}} = 8\text{ s}.$$

A gyorsulása

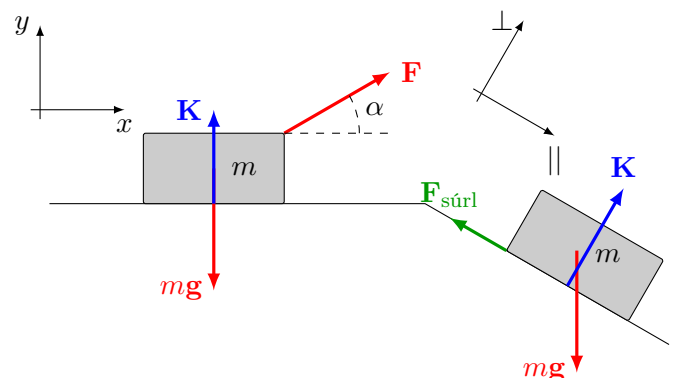
$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0\text{ m/s} - 9\text{ m/s}}{8\text{ s}} = -\frac{9}{8}\text{ m/s}^2.$$

Newton szerint $ma = -F_{\text{súrl}} = -\mu F_{\text{nyomó}} = -\mu mg$, azaz

$$\mu = -\frac{a}{g} = \frac{9/8}{10} = 0,1125.$$

2.4. feladat: Milyen erők hatnak egy vízszintes lapon és egy lejtőn nyugvó testre? (Készítsen ábrát!)

$m = 10$ kg tömegű testet a vízszintessel $\alpha = 30^\circ$ -os szöget bezáró $F = 20$ N erővel húzunk. Mekkora a test gyorsulása, ha a csúszási súrlódási tényező értéke $\mu = 0,1$?



A Newton-törvények, figyelembe véve, hogy függőlegesen nem mozdulunk el:

$$\begin{aligned} x : \quad & ma = F \cos \alpha - F_{\text{súrl}} \\ y : \quad & 0 = F \sin \alpha - mg + K \end{aligned}$$

A második alapján a kényszererő nagysága:

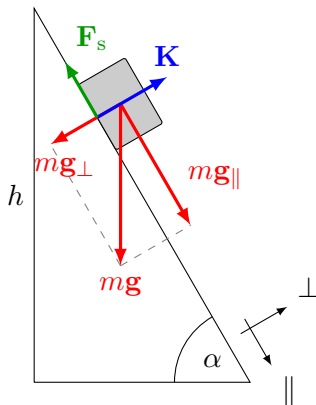
$$\begin{aligned} K = mg - F \sin \alpha &= 10 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 - 20 \text{ N} \cdot \sin 30^\circ \\ &= 90 \text{ N}, \end{aligned}$$

amelyet már behelyettesíthetünk az elsőbe, hiszen $F_{\text{súrl}} = \mu K$, és a gyorsulásra azt kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{m} (F \cdot \cos \alpha - \mu K) \\ &= \frac{1}{10 \text{ kg}} (20 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ - 0,1 \cdot 90 \text{ N}) = \\ &= 0,832 \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

2.12. feladat: $h = 10 \text{ m}$ magas, $\alpha = 60^\circ$ -os lejtő tetejéről csúszik le egy test. Mekkora sebességgel és mennyi idő alatt ér le a lejtő aljára, ha

- a lejtő súrlódásmentes,
- a lejtő és a test közötti súrlódási együttható $\mu = 0,5$?



- Írjuk fel a Newton-törvényt a lejtőről lecsúszó testre, a lejtővel párhuzamos és arra merőleges irányban:

$$\begin{aligned} \parallel \quad & ma_{\parallel} = mg_{\parallel} = mg \sin \alpha \\ \perp \quad & ma_{\perp} = K - mg_{\perp} = K - mg \cos \alpha, \end{aligned}$$

Mivel a test a lejtőn csúszik, így arra merőlegesen nincsen elmozdulás, azaz $a_{\perp} = 0$. Az előző egyenletből adódik, hogy test gyorsulása a lejtő mentén $a_{\parallel} = g \cdot \sin \alpha$.

A lejtő hossza $s = \frac{h}{\sin \alpha}$, így a lecsúszás ideje:

$$\begin{aligned} s &= \frac{a}{2} T^2 \\ \frac{h}{\sin \alpha} &= \frac{a \sin \alpha}{2} T^2 \\ T &= \sqrt{\frac{2h}{g \sin^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \sin^2 60^\circ}} = 1,63 \text{ s}, \end{aligned}$$

illetve a test sebessége a lejtő alján:

$$\begin{aligned} v_{\text{vég}} &= a \cdot T = g \sin \alpha \cdot T = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 60^\circ \cdot 1,63 \text{ s} \\ &= 14,14 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

- Ha van súrlódás a lejtőn, akkor a Newton-egyenletek kiegészülnek:

$$\begin{aligned} \parallel \quad & ma_{\parallel} = mg_{\parallel} - F_s = mg \sin \alpha - \mu K \\ \perp \quad & ma_{\perp} = K - mg_{\perp} = K - mg \cos \alpha, \end{aligned}$$

ahol a második egyenletből kifejezhető K ,

$$0 = K - mg \cos \alpha \Rightarrow K = mg \cos \alpha,$$

majd az elsőbe helyettesíthető:

$$a_{\parallel} = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

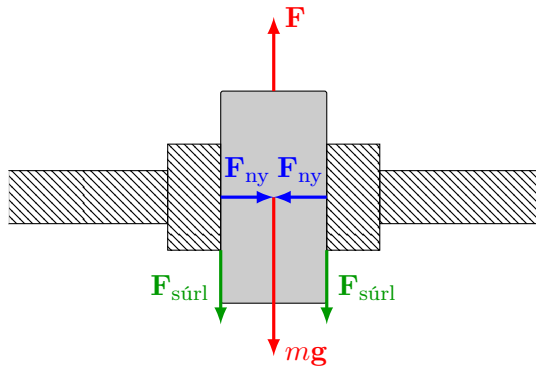
A lecsúszás ideje:

$$\begin{aligned} T &= \sqrt{\frac{2h}{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \cdot \sin \alpha}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (\sin 60^\circ - 0,5 \cdot \cos 60^\circ) \cdot \sin 60^\circ}} \\ &= 1,94 \text{ s}, \end{aligned}$$

illetve a test sebessége a lejtő alján:

$$\begin{aligned} v_{\text{vég}} &= a_{\parallel} \cdot T = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \cdot T \\ &= 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (\sin 60^\circ - 0,5 \cdot \cos 60^\circ) \cdot 1,94 \text{ s} \\ &= 11,93 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

2.11. feladat: $mg = 50 \text{ N}$ súlyú téglalakú testet satuba fogunk. A satupofák $F_{\text{ny}} = 150 \text{ N}$ nagyságú vízszintes erővel nyomják a testet. Az érintkező felületek között $\mu = 0,5$ a súrlódási tényező. Mekkora erővel lehet a testet felfelé kihúzni?



A tapadási súrlódás maximális értéke $F_{\text{tap}}^{\text{max}} = \mu F_{\text{ny}} = 0,5 \cdot 150 \text{ N} = 75 \text{ N}$. Két satával ez 150 N erőt jelent. Ezen felül még ott van a téglá súlya, tehát a három erő összegét kell az F erőnek ellensúlyoznia. Így a kapott eredmény az, hogy

$$F \geq 2F_{\text{tap}}^{\text{max}} + mg = 200 \text{ N}$$

Otthoni gyakorlásra:

1.19. feladat: Az esőcseppek függőleges irányban esnek $v_{\text{eső}} = 6 \text{ m/s}$ sebességgel. Az esőcseppek nyomai a vonatablakon a vízszintessel $\alpha = 30^\circ$ -os szöget bezáró csíkok. Milyen gyorsan megy a vonat?

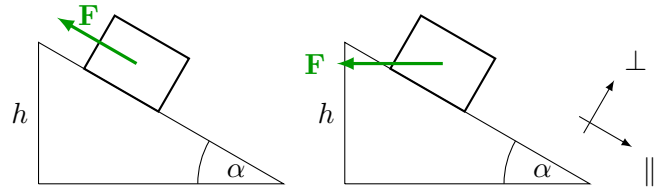
1.28. feladat: 20 m magas ház tetejéről 12 m/s kezdősebességgel ferdén felfelé elhajítunk egy testet. A vízszintessel bezárt szög 30° . Mennyi idő múlva és a háztól mekkora távolságban ér földet, ha a közegellenállástól eltekintünk? ($g \approx 10 \text{ m/s}^2$)

1.50. feladat: A gravitációs gyorsulás értéke a Holdon a földi érték egyhatod része.
A; Hányszor magasabbra,
B; hányszor messzebbre száll az azonos kezdősebességgel ferdén elhajított kő a Holdon, mint a Földön?
C; Mennyi ideig repül a Holdon a földi repülési időhöz képest?

2.23. feladat: Egy $\alpha = 30^\circ$ hajlásszögű lejtőre fel akarunk húzni egy $F_{\text{súly}} = 400 \text{ N}$ súlyú testet. Mekkora erőt kell alkalmazni,

- a) ha a lejtővel párhuzamos irányba húzzuk?
- b) ha vízszintes irányba húzzuk?

A súrlódás elhanyagolható.



? feladat: Egy testet 5 N állandó erővel tudunk egyenletesen felfelé húzni egy $\alpha = 30^\circ$ hajlásszögű lejtőn. Ugyanezen a lejtőn lefelé szabadon csúszva a test 5 m/s sebességről 5 m hosszú úton áll meg. Mekkora a test tömege? Mekkora a súrlódási tényező?

2.7. feladat: Mekkora az emelődaru kötelében fellépő húzóerő egy 100 kg tömegű gépalkatrész süllyesztésekor, illetve emeléskor, ha a gyorsulás nagysága minden esetben 2 m/s^2 . A köté és a végén levő horogszerkezet súlya elhanyagolható.

2.6. feladat: Egy test kelet felé mozog és nyugat felé gyorsul. Lehetséges ez? Milyen irányú az erő?

A feladatok forrása Dér–Radnai–Soós Fizikai feladatok.