Bevezető fizika (Vill)

Kinematika 1.

A mai órához szükséges **elméleti anyag**:

- Alapfogalmak (út, sebesség, gyorsulás egyenes vonalú mozgásoknál)
- Az egyenes vonalú egyenletes mozgás
- Az egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás
- Mozgások függetlenségének elve
- szabadesés, hajítások a következő gyakorlat első felében!

Órai feladatok: (ha lehet hallgatók oldják meg a feladatokat táblánál)

1.6. feladat: Két helyiség között a kocsik átlagsebessége az egyik irányban $v_1 = 40\,\mathrm{km/h}$, a másik irányban $v_2 = 60\,\mathrm{km/h}$. Mekkora az átlagsebesség egy teljes fordulót figyelembe véve?

Az átlagsebesség az teljes megtett út és az ehhez szükséges idő hányadosa. Legyen s a távolság a két település között. Ekkor a teljes megtett út $2s$. Az odaút és a visszaút időtartama:

$$t_1 = \frac{s}{v_1} \qquad t_2 = \frac{s}{v_2} \,,$$

vagyis az átlagsebesség:

$$\overline{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2s}{t_1 + t_2} = \frac{2s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} \,.$$

1.39. feladat: Egy test sebessége most $v_2 = -20\,\mathrm{m/s}$, $\Delta t = 100$ másodperccel ezelőtt $v_1 = 20\,\mathrm{m/s}$ volt. Mennyi volt a test átlagos gyorsulása?

Az átlaggyorsulás az adott idő alatt történt sebességváltozás és az ehhez szükséges idő hányadosa:

$$\overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{-20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{100\,\mathrm{s}} = -0{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \,.$$

1.9. feladat: Egy gépkocsi sebességét $v_1 = 54\,\mathrm{km/h}$-ról $v_2 = 90\,\mathrm{km/h}$-ra növelte állandó $a = 1{,}6\,\mathrm{m/s^2}$ gyorsulással. Mennyi ideig tartott ez, és mekkora utat tett meg a gépkocsi ezalatt?

Állandó gyorsulás esetén a sebesség megváltozása egyenlő a mindenkori gyorsulással, vagyis:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$
$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{v_2 - v_1}{a} = \frac{90\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} - 54\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}}{1{,}6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = \frac{36\,\frac{1000\,\mathrm{m}}{3600\,\mathrm{s}}}{1{,}6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 6{,}25\,\mathrm{s} \,.$$

Az ezalatt megtett utat a négyzetes úttörvénnyel számolhatjuk

$$x(t) = \frac{a}{2}t^2 + v_0 t + x_0 \,,$$

ahol a a kocsi gyorsulása, v_0 a kezdeti időpontban a sebessége, vagyis $54\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, és x_0 annak kezdeti pozíciója. Ez utóbbi legyen nulla, hiszen onnan kezdjük el mérni a megtett utat a gyorsítás végéig:

$$x(t) = \frac{1{,}6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2}(6{,}25\,\mathrm{s})^2 + 54\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot 6{,}25\,\mathrm{s} = 125\,\mathrm{m} \,.$$

1.10. feladat: $a = 2\,\mathrm{m/s^2}$ gyorsulással induló gépkocsi elérve a $v_\mathrm{v} = 6\,\mathrm{m/s}$ sebességet egyenletesen mozog tovább. Milyen messze jut az indulástól számított $T = 8$ másodperc alatt?

Először számoljuk ki, hogy mennyi időre van szüksége az autónak, hogy elérje a v_v sebességet. Mivel a gyorsulás egyenletes, így

$$a = \frac{v_\mathrm{v}}{t_1} \qquad \Rightarrow \qquad t_1 = \frac{v_\mathrm{v}}{a} = \frac{6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 3\,\mathrm{s} \,.$$

Ez alatt az autó

$$s_1 = \frac{a}{2}t_1^2 = \frac{2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2} \cdot (3\,\mathrm{s})^2 = 9\,\mathrm{m}$$

távolságot tesz meg.

A hátralévő $t_2 = 8\,\mathrm{s} - 3\,\mathrm{s} = 5\,\mathrm{s}$ idő alatt az autó egyenletes mozgást végez. Az ezalatt megtett út:

$$s_2 = v_\mathrm{v} \cdot t_2 = 6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 5\,\mathrm{s} = 30\,\mathrm{m}\ .$$

Vagyis a teljes megtett távolság $s = 39\,\mathrm{m}$.

1.21. feladat: Egy gépkocsi $a = 2{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ állandó gyorsulással indul, majd egyenletesen halad tovább, és $t = 5$ másodperc alatt $s = 29{,}4$ méter messzire jut. Határozzuk meg a gyorsulás időtartamát!

Gyorsítson az autó t_1 ideig. Mivel az autó álló helyzetből indul, így az ezalatt megtett távolság:

$$s_1 = \frac{a}{2}t_1^2\ .$$

Ez idő alatt az autó $v_\mathrm{v} = a \cdot t_1$ sebességre tett szert. Az idő hátralevő részében ekkora sebességgel halad egyenletesen, és

$$s_2 = v_\mathrm{v} \cdot t_2 = a \cdot t_1 \cdot (t - t_1)$$

távot tesz meg. Összefoglalva

$$\begin{aligned}
s = s_1 + s_2 &= \frac{a}{2}t_1^2 + a \cdot t_1 \cdot (t - t_1)\\
&= -\frac{a}{2}t_1^2 + a \cdot t_1 \cdot t\\
0 &= \frac{a}{2}t_1^2 - at \cdot t_1 + s\\
0 &= 1{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \cdot t_1^2 - 14\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t_1 + 29{,}4\,\mathrm{m}\\
(t_1)_{1,2} &= \frac{14\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \pm \sqrt{\left(14\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 - 4 \cdot 1{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \cdot 29{,}4\,\mathrm{m}}}{2 \cdot 1{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}}\\
&= \begin{cases} 7\,\mathrm{s} \\ 3\,\mathrm{s} \end{cases}\ .
\end{aligned}$$

A két megoldás közül csak a $t_1 = 3\,\mathrm{s}$ az értelmes, hiszen a teljes időtartam $5\,\mathrm{s}$.

1.19. feladat: Az esőcseppek függőleges irányban esnek $v_\text{eső} = 6\,\mathrm{m/s}$ sebességgel. Az esőcseppek nyomai a vonatablakon a vízszintessel $\alpha = 30°$-os szöget bezáró csíkok. Milyen gyorsan megy a vonat?

A vonatablakon lévő csíkok az esőcseppek látszólagos sebességvektorával egy irányba mutatnak. Az esőcseppek függőleges sebességvektora, illetve a vonat vízszintes sebességvektora egy derékszögű háromszöget határoz meg, ahol a háromszög átfogójának hossza megegyezik a cseppek látszólagos, a vízszintessel 30°-os szöget bezáró sebességvektorának hosszával. A háromszögben a megfelelő szögfüggvényt felírva:

$$\begin{aligned}
\mathrm{tg}\,\alpha &= \frac{v_\text{eső}}{v_\text{vonat}}\\
v_\text{vonat} &= \frac{v_\text{eső}}{\mathrm{tg}\,\alpha} = \frac{6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{\mathrm{tg}\,30°} = 10{,}39\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ .
\end{aligned}$$

1.33. feladat: A folyó szélessége $d = 200\,\mathrm{m}$, sebessége $v_\mathrm{f} = 3{,}6\,\mathrm{km/h}$. Hol köt ki a túlsó parton az átkelő csónak, ha a vízhez viszonyított sebességének nagysága $v_\mathrm{cs} = 3\,\mathrm{m/s}$, iránya a víz folyásának irányára merőleges?

A csónak $t = \frac{d}{v_\mathrm{cs}} = \frac{200\,\mathrm{m}}{3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = \frac{200}{3}\,\mathrm{s}$ alatt ér át a másik partra. Eközben a folyó $d = v_\mathrm{f} \cdot t = 3{,}6\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot \frac{200}{3}\,\mathrm{s} = 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \frac{200}{3}\,\mathrm{s} = 66{,}7\,\mathrm{m}$ viszi le a csónakot a folyásirányba. Tehát a csónak ennyivel lejjebb fog kikötni a túloldalon.

1.37. feladat: $v_\mathrm{v} = 72\,\mathrm{km/h}$ sebességgel haladó vonaton egy utas a vonat mozgásával ellentétes irányban elindul a vonathoz viszonyított $a_\mathrm{e} = 0{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ gyorsulással. Három másodperc alatt mekkora a pályatesthez viszonyított elmozdulása?

A pályatesthez viszonyítva az ember egyenletesen gyorsuló mozgást végez. A négyzetes úttörvényt használva:

$$\begin{aligned}
s &= -\frac{a_\mathrm{e}}{2}t^2 + v_\mathrm{v}t = -\frac{0{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}}{2} \cdot (3\,\mathrm{s})^2 + 72 \cdot \frac{1000}{3600}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 3\,\mathrm{s}\\
&= 56{,}4\,\mathrm{m}\ .
\end{aligned}$$

1.15. feladat: Határozzuk meg a $v_0 = 120\,\mathrm{m/s}$ kezdősebességgel $\alpha = 30°$-os szögben kilőtt test helyzetét a kilövés után 3 másodperccel!

A test vízszintes irányban egyenletes mozgást végez:

$$x(t) = v_{0x}t + x_0\ ,$$

ahol v_{0x} a kezdősebesség vízszintes komponense: $v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$. Az x_0 a $t = 0$ pillanatban a test helye. Helyezzük a koordináta-rendszerünket oda, ahonnan elhajítjuk a testet, így $x(t = 0) = 0$, vagyis $x_0 = 0$.

Függőleges irányban a test egyenletesen gyorsuló mozgást végez. Az y tengely felfelé mutat, így a gyorsulás negatív:

$$y(t) = -\frac{g}{2}t^2 + v_{0y}t + y_0\ ,$$

ahol v_{0y} a függőleges kezdősebesség: $v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha$, illetve az előzőekhez hasonlóan y_0 itt is nulla.

A mozgást leíró két egyenlet tehát:

$$x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t$$
$$y(t) = -\frac{g}{2}t^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t \; .$$

A $t = 3\,\mathrm{s}$-ban:

$$x(3\,\mathrm{s}) = 120\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \cos 30^\circ \cdot 3\,\mathrm{s} = 311{,}77\,\mathrm{m}$$
$$y(3\,\mathrm{s}) = -\frac{10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2}(3\,\mathrm{s})^2 + 120\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \sin 30^\circ \cdot 3\,\mathrm{s}$$
$$= 135\,\mathrm{m}\; .$$

1.14. feladat: $h = 200$ méter magasságban $v_0 = 360\,\mathrm{km/h}$ sebességgel haladó repülőgépről a cél előtt milyen távolságban kellene kioldani a segélycsomagot ahhoz, hogy a célba csapódjék, ha nem lenne légellenállás? Mekkora lenne a segélycsomag sebessége a becsapódás pillanatában?

Függőlegesen a csomag egyenletes gyorsulással mozog, vagyis a magassága az idő függvényében:

$$z(t) = -\frac{g}{2}t^2 + h\; .$$

T idő alatt ez a magasság nullára csökken:

$$0 = -\frac{g}{2}T^2 + h \qquad \Rightarrow \qquad T = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 6{,}32\,\mathrm{s}.$$

A csomag vízszintes kezdősebessége megegyezik a repülő sebességével, és ez a csomag mozgása során nem is változik. Emiatt, ha T idő alatt ér földet a csomag, akkor az vízszintesen $s = v_0 \cdot T$ távolságot tesz meg. Ez alapján

$$0 = -\frac{g}{2}\frac{s^2}{v_0^2} + h \quad \Rightarrow \quad s = \sqrt{\frac{2hv_0^2}{g}} = 632{,}45\,\mathrm{m}\; .$$

A függőlegesen szerzett sebessége: $v_y = -gT = -63{,}2\,\mathrm{m/s}$, vízszintesen pedig maradt $v_x = v_0$. Az eredő sebesség nagysága:

$$|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 118{,}32\,\mathrm{m/s}.$$

Otthoni gyakorlásra: DRS példatár 1. kötet 1.20, 1.22, 1.23, 1.30, 1.31, 1.41, B1, F1

A feladatok forrása Dér–Radnai–Soós Fizikai feladatok.