

# Bevezető fizika (infó), 7. feladatsor

## Egyenáram, egyenáramú áramkörök 1.

2014. november 4., 16:04

A mai órához szükséges **elméleti anyag**:

- Elektromos áram  $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ , mértékegység  $\frac{1\text{C}}{1\text{s}} = 1\text{A}$
- Elektromos ellenállás  $R$ , mértékegység  $1\Omega$
- vezeték ellenállása
- Ohm-törvénye:  $R = \frac{U}{I}$
- Egyenáramú áramkörök, soros és párhuzam kapcsolások, Kirchhoff csomóponi törvénye
- munka, energia, teljesítmény ( $P = U \cdot I$ )

**Órai feladatok:**

**18.2. feladat:** Mekkora az áram erőssége működés közben abban az izzóban, amelyen a 60 W, 110 V felirat szerepel?

Az adott áramköri elem leadott teljesítmény megegyezik az azon eső feszültség és a rajta átfolyó áram szorzatával:  $P = UI$ . Feltéve, hogy az izzón valóban esik 110 V, akkor az azon átfolyó áram:  $I = \frac{P}{U} = \frac{60\text{W}}{110\text{V}} = 0,55\text{A}$ .

**18.3. feladat:** Mekkora lesz az eredő ellenállás, ha  $R_1 = 16\text{ ohm}$  és  $R_2 = 24\text{ ohm}$  ellenállásokat a.) sorosan, b.) párhuzamosan kapcsolunk?

Soros kapcsolás esetén az ellenállások összeadódnak, vagyis

$$R_e = R_1 + R_2 = 40\Omega,$$

míg párhuzamos kapcsolásnál:

$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{16\Omega} + \frac{1}{24\Omega}} = 9,6\Omega.$$

**18.7. feladat:** Mekkora az ellenállása a  $d = 2,4\text{ mm}$  átmérőjű,  $l = 30\text{ m}$  hosszú vörösréz huzalnak? ( $\rho_{\text{Cu}} = 0,017\Omega\text{ mm}^2/\text{m}$ )

A hengeres vezetők ellenállása:

$$R = \rho \frac{l}{A},$$

ahol  $\rho$  a vezető anyagának fajlagos ellenállása,  $l$  annak hossza és  $A$  a keresztmetszete. Ebben az esetben:

$$R = \rho_{\text{Cu}} \frac{l}{\pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2} = 0,017\Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{30\text{ m}}{\pi \cdot (1,2\text{ mm})^2} = 0,11\Omega.$$

**18.8. feladat:** Feszültségforrásra sorosan kötött ellenállások egyikét megváltoztatjuk, változnak-e a részfeszültségek?

Vegyünk két ellenállást, az egyik változzon ( $R \rightarrow R'$ ) a másik legyen a maradék rendszer eredője ( $R_m$ ). Az Ohm-törvény értelmében az áramerősség:

$$I = \frac{U}{R + R_m}.$$

Csere után:

$$I' = \frac{U}{R' + R_m}.$$

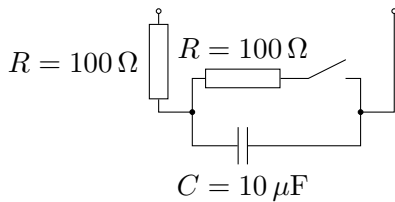
A két esetben a maradékra jutó feszültség:

$$U_m = \frac{UR_m}{R + R_m} \quad U'_m = \frac{UR_m}{R' + R_m},$$

amelyek láthatóan csak  $R = R'$  esetben egyeznek meg.

**18.12. feladat:** Elhanyagolható belső ellenállású,  $U = 100\text{ V}$  elektromotoros erejű telepet kapcsolunk az ábrán látható hálózatra.

- Mekkora a kondenzátor energiája a kapcsoló zárt/nyitott állása mellett?
- Mekkora a telep által állandóan leadott teljesítmény a kapcsoló zárt/nyitott állása mellett?



- a) A kapcsoló nyitott állása mellett az áramkörben egy ellenállás és egy kondenzátor marad. Ha ezt egy állandó  $U$  feszültségű telepre kapcsoljuk, akkor az a kondenzátort fel fogja tölteni, majd ha a kondenzátor feltöltődött, akkor megszűnik az áram. Az állandósult állapotban nem folyik áram, vagyis az ellenálláson nem esik feszültség, így a kondenzátoron esik mind a  $100\text{ V}$ . Ekkor a kondenzátor energiája:

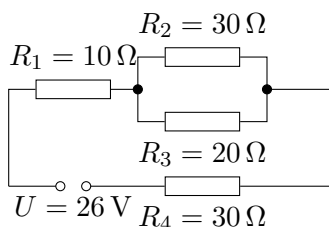
$$E = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \cdot 10\ \mu\text{F} \cdot (100\text{ V})^2 = 50\text{ mJ}.$$

- b) Ha a kapcsoló zárt, akkor a kondenzátorral párhuzamosan is van egy  $R$  ellenállás. Az állandósult állapotban itt sem folyhat áram a kondenzátoron. A kondenzátor feltöltődése után azonban itt még tud folyni áram az újonnan bekötött ellenálláson keresztül. Az ekkor folyó áram:  $I = \frac{U}{2R} = \frac{100\text{ V}}{200\ \Omega} = 0,5\text{ A}$ , hiszen az áramkörben két sorosan kapcsolt ellenállás van. A kondenzátor az egyik ellenállás két kivezetésére van kötve, így rajta ugyanakkora feszültség esik mint azon az egy ellenálláson:  $U_C = U_R = IR = 0,5\text{ A} \cdot 100\ \Omega = 50\text{ V}$ .

Ez alapján a kondenzátor energiája itt:

$$E = \frac{1}{2}CU_C^2 = \frac{1}{2} \cdot 10\ \mu\text{F} \cdot (50\text{ V})^2 = 12,5\text{ mJ}.$$

**18.27. feladat:** Mennyi az elektromos teljesítmény a  $20\ \Omega$ -os ellenálláson?



Számoljuk ki az eredő ellenállást. Elsőként a 2-3 elem párhuzamosan:

$$R_{23} = \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{30\ \Omega} + \frac{1}{20\ \Omega} \right)^{-1} = 12\ \Omega.$$

Most már sorosan van 3 ellenállás, az eredő:

$$R_e = R_1 + R_{23} + R_4 = 10\ \Omega + 12\ \Omega + 30\ \Omega = 52\ \Omega.$$

A főágban az áram:

$$I = \frac{U}{R_e} = 0,5\text{ A}.$$

A részfeszültségek:

$$U_1 = R_1 I = 5\text{ V} \quad U_4 = R_4 I = 15\text{ V},$$

azaz  $U_{23} = U - U_1 - U_4 = 6\text{ V}$ , amely alapján a 3-as ágba folyó áram  $I_3 = \frac{U_{23}}{R_3} = 0,3\text{ A}$ , a teljesítmény:

$$P_3 = U_{23} I_3 = 6\text{ V} \cdot 0,3\text{ A} = 1,8\text{ W}.$$

**18.29. feladat:** Feszültségmérő méréshatára  $U = 5\text{ V}$ , ellenállása  $R = 800\ \Omega$ . Mekkora előtétellenállást kell sorba kapcsolnunk vele, hogy  $U' = 500\text{ V}$ -ig mérhessünk vele?

Sorba kapcsolt rendszeren a túl nagy áram okozhat kárt, így  $I_{\max}$  értékét kell állandóan tartanunk:

$$I_{\max} = \frac{U}{R},$$

az előtét betétele után az összefeszültség:

$$U' = (R_e + R) I_{\max} = \frac{R_e + R}{R} U.$$

Ebből kifejezhető az előtét nagysága:

$$R_e = \frac{U' - U}{U} R = \frac{500\text{ V} - 5\text{ V}}{5\text{ V}} \cdot 800\ \Omega = 79200\ \Omega$$

**18.30. feladat:** A  $I = 2\text{ A}$  méréshatárú,  $R_A = 10^{-1}\ \Omega$  belső ellenállású áramerősség-mérővel párhuzamosan kapcsolt söntnek mekkora legyen az ellenállása, hogy  $I' = 50\text{ A}$ -ig mérhessünk vele?

A párhuzamosan kapcsolt söntellenállás hatása az, hogy így nem az áramkörben folyó teljes áram fog átfolyni az ampermérőn, hanem annak csak egy része, a többi a söntellenálláson folyik át. Ekkor nagyobb áramokat mérhetünk, a méréshatár megnő addig, míg az így lecsökkent áram értéke is eléri az eredeti méréshatárt.

Az  $R_A$  ellenállású ampermérőnek és a vele párhuzamosan kapcsolt  $R_s$  söntellenállásnak az eredője:

$$R_e = \frac{1}{\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_s}},$$

tehát ha  $I_0$  áram folyik a teljes áramkörben (ekkorát szeretnénk mérni), akkor az árammérőre  $U_A = I_0 \cdot R_e$  feszültség esik, vagyis a rajta átfolyó áram:

$$I_A = \frac{U_A}{R_A} = I_0 \cdot \frac{R_e}{R_A} = I_0 \cdot \frac{R_s}{R_A + R_s}.$$

Itt az  $I_A$  maximális értéke az ampermérő tényleges méréshatára, így a sönt nagyságát ki tudjuk fejezni:

$$\begin{aligned} R_s &= R_A \frac{I_A}{I_0 - I_A} = 10^{-3} \Omega \cdot \frac{2 \text{ A}}{50 \text{ A} - 2 \text{ A}} \\ &= 4,16 \cdot 10^{-5} \Omega. \end{aligned}$$

**18.39. feladat:** Mikor kapunk több fényt, ha két azonos izzólámpát ugyanakkora feszültségre párhuzamosan, vagy sorosan kapcsolunk?

Legyen az ellenállásuk  $R$ . Párhuzamosan kapcsolva az eredő ellenállás  $R_p = \frac{R}{2}$ , az összteljesítmény:

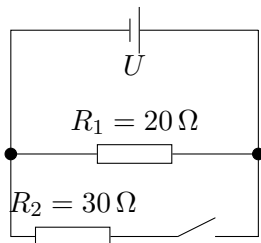
$$P_p = 2UI_p = 2 \frac{U^2}{R_p} = 4 \frac{U^2}{R}.$$

Soros esetben az eredő ellenállás  $R_s = 2R$ , az összteljesítmény:

$$P_s = 2UI_s = 2 \frac{U^2}{R_s} = \frac{U^2}{R}.$$

Azaz párhuzamosan kapcsolva a teljesítmény, és így a fényerő is négyszer akkora.

**+1. feladat:** Az ábrán látható elektromos hálózatban a kapcsoló nyitott állásánál  $I_{ny} = 0,4 \text{ A}$  erősségű, a kapcsoló zárt állásánál  $I_z = 0,6 \text{ A}$  erősségű áram folyik át az áramforráson. Mekkora az áramforrás belső ellenállása?



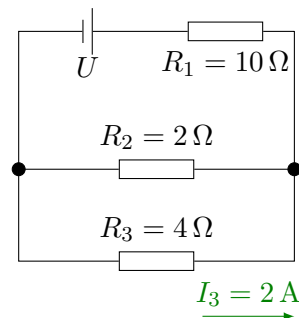
A nyitott esetben  $R_{e,ny} = R_b + R_1$ , azaz  $I_{ny} = \frac{U}{R_1 + R_b}$ , míg zárt esetben  $R_{e,z} = R_b + (R_1^{-1} + R_2^{-1})^{-1}$ , azaz  $I_z = \frac{U}{R_b + (R_1^{-1} + R_2^{-1})^{-1}}$ . Az elsőből kifejezhető  $U$  és beírható a másodikba:

$$I_z = \frac{(R_1 + R_b)}{R_b + (R_1^{-1} + R_2^{-1})^{-1}} I_{ny}.$$

Ebből kifejezhető a belső ellenállás:

$$\begin{aligned} R_b &= \frac{R_1 I_{ny} - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_z}{I_z - I_{ny}} \\ &= \frac{20 \Omega \cdot 0,4 \text{ A} - \frac{20 \Omega \cdot 30 \Omega}{20 \Omega + 30 \Omega} \cdot 0,6 \text{ A}}{0,6 \text{ A} - 0,4 \text{ A}} \\ &= 4 \Omega. \end{aligned}$$

**+2. feladat:** Az ábrán látható elektromos hálózatban a  $4 \Omega$ -os ellenálláson  $2 \text{ A}$  erősségű áram folyik. Mekkora feszültség esik a  $10 \Omega$ -os ellenálláson?



Sorban haladva:  $U_3 = R_3 \cdot I_3$ , a párhuzamosság miatt  $U_2 = U_3$ , így

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{R_3 \cdot I_3}{R_2},$$

majd

$$I_1 = I_2 + I_3 = I_3 \left( 1 + \frac{R_3}{R_2} \right).$$

Végezetül a keresett feszültség:

$$\begin{aligned} U_1 &= I_1 \cdot R_1 = I_3 \left( 1 + \frac{R_3}{R_2} \right) R_1 \\ &= 2 \text{ A} \left( 1 + \frac{4 \Omega}{2 \Omega} \right) 10 \Omega \\ &= 60 \text{ V}. \end{aligned}$$

**Otthoni gyakorlásra:**

18.4, 18.6, 18.10, 18.25, 18.42, 18.46, 18.51, 18.52

A feladatok forrása Dér–Radnai–Soós Fizikai feladatok.