

Statisztikus fizika gyakorlófeladatok

1. Termodinamika ismétlés

1. A van der Waals-gáz állapotegyenlete a következő:

$$\left(P + \frac{N^2}{V^2}a^2\right)(V - Nb) = Nk_B T,$$

ahol a , ill. b anyagspecifikus konstansok.

- Számítsa ki a gáz hőtágulási tényezőjét!
- Számítsa ki a gáz állandó hőmérsékleten vett kompresszibilitását!
- Mekkora az állandó térfogaton, ill. nyomáson mért fajhők különbsége?

Megoldás:

a) $\alpha \equiv \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{P,N} = ?$

$$\begin{aligned} Nk_B T &= \left(P + \frac{N^2}{V^2}a^2\right)(V - Nb) \quad \left|\left(\frac{\partial}{\partial T}\right)_{P,N}\right. \\ Nk_B &= N^2 a^2 \left[-\frac{2}{V^3} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{P,N}\right] (V - Nb) + \left(P + \frac{N^2}{V^2}a^2\right) \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{P,N} \\ Nk_B &= -2n^2 \alpha (V - Nb) + (P + n^2 a^2) V \alpha \\ \Rightarrow \alpha &= \frac{1}{V} \frac{Nk_B}{P - n^2 a^2 + 2n^3 a^2 b} \end{aligned}$$

b) $\kappa_T \equiv -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_{T,N} = ?$

$$\begin{aligned} Nk_B T &= \left(P + \frac{N^2}{V^2}a^2\right)(V - Nb) \quad \left|\left(\frac{\partial}{\partial P}\right)_{T,N}\right. \\ 0 &= \left[1 + N^2 a^2 \left(\frac{-2}{V^3} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_{T,N}\right)\right] (V - Nb) + \left(P + \frac{N^2}{V^2}a^2\right) \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_{T,N} \\ 0 &= (1 + 2n^2 a^2 \kappa_T) (V - Nb) - (P + n^2 a^2) V \kappa_T \\ \Rightarrow \kappa_T &= \frac{1}{V} \frac{V - Nb}{P - n^2 a^2 + 2n^3 a^2 b} \end{aligned}$$

c) $C_P - C_V = ?$

$$\begin{aligned} C_P - C_V &= TV \frac{\alpha^2}{\kappa_T} = \\ &= T \frac{1}{P - n^2 a^2 + 2n^3 a^2 b} \frac{(Nk_B)^2}{V - Nb} = \\ &= (P + n^2 a^2) \frac{Nk_B}{P - n^2 a^2 + 2n^3 a^2 b} \end{aligned}$$