# 1. kisfiz gyakorlat

2013. szeptember 11.

1. Adottak az alábbi vektorok:

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

   (a) Határozzuk meg a $3\mathbf{v}_1 - 2\mathbf{v}_2$ vektort!

   (b) Mekkora a vektorok normája (nagysága)?

   (c) Mekkora szöget zár be a két vektor?

   (d) Adjuk meg a $\mathbf{v}_1$ vektor $\mathbf{v}_2$ irányába eső komponensét!

2. Egy $\alpha$ hajlásszögű lejtőn nyugszik egy $m$ tömegű test.

   (a) Határozzuk meg a gravitációs erő lejtőre merőleges és lejtővel párhuzamos komponenseinek nagyságát!

   (b) Adjuk meg a nyomóerő függőleges és vízszintes komponenseinek nagyságát!

3. Határozzuk meg az alábbi függvények első deriváltját! Az (f) feladatrészben a második deriváltat is számoljuk ki!

   (a) $f(x) = x^2 + 3x$

   (b) $x(t) = x_0 \cos(\omega t)$

   (c) $A(\omega) = \frac{\omega}{1+(\omega\tau)^2}$

   (d) $h(x) = \sin\left[\ln(\cos(3x))\right]$

   (e) $g(x) = \ln\left(\mathrm{e}^{\sin x} + x\right)$

   (f) $y(t) = A\,\mathrm{e}^{-\lambda t}\cos(\omega t - \varphi)$

4. Tegyük fel, hogy ismerjük egy $f(x)$ függvény deriváltját! Ekkor az $f(x)$ függvény $\phi(x)$ inverzének deriváltja

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{f'(\phi(x))}\,.$$

   Ennek segítségével számítsuk ki az alábbi függvények deriváltját:

   (a) $\arcsin x$

   (b) $\arccos x$

   (c) $\mathrm{arctg}\, x$

   (d) $\mathrm{arcctg}\, x$

   (e) $\arcsin\left(e^x + x^2 \sin x\right)$

   (f) $\mathrm{arctg}\left[2\ln x + \sin(\cos x)\right]$

5. A hiperbolikus függvényeket a következőképpen definiáljuk:

$$\mathrm{ch}\, x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \qquad \mathrm{sh}\, x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\mathrm{th}\, x = \frac{\mathrm{sh}\, x}{\mathrm{ch}\, x} \qquad \mathrm{cth}\, x = \frac{\mathrm{ch}\, x}{\mathrm{sh}\, x}$$

   (a) Igazoljuk, hogy $\mathrm{ch}^2 x - \mathrm{sh}^2 x = 1$.

   (b) Számoljuk ki a hiperbolikus függvények deriváltjait!

   (c) Határozzuk meg a $\mathrm{ch}\, x$ függvény inverzét és annak deriváltját!