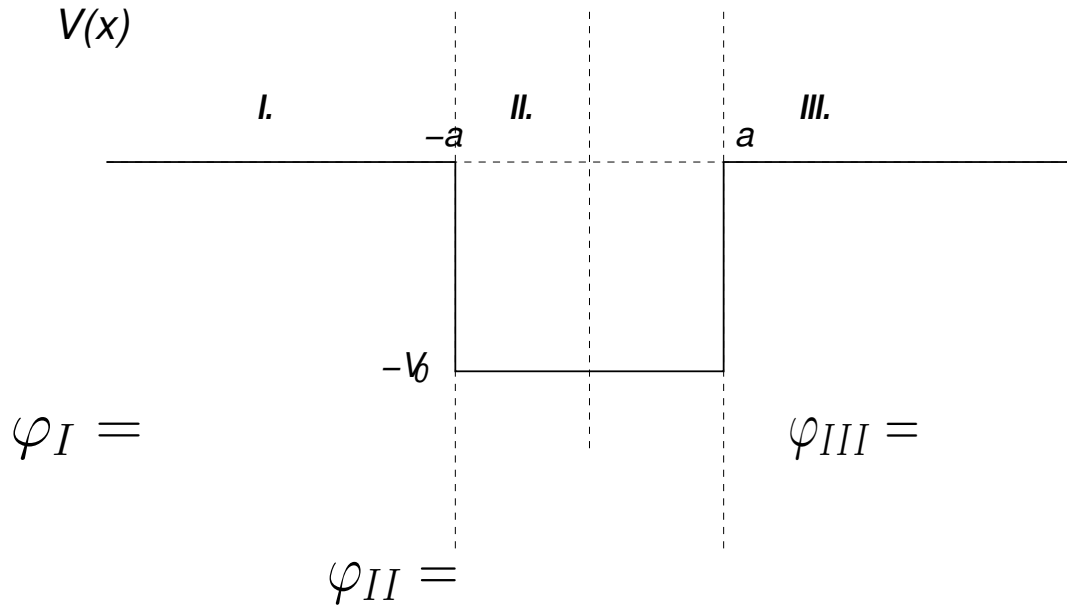


1.) February 26, 2020

1. Határfeltételek az 1D Schrödinger egyenlet megoldásaira: véges potenciálugrás, Dirac delta potenciál.
2. Az időfüggetlen Schrödinger egyenlet kötött (normálható) sajátállapotai véges potenciál gödör esetén.

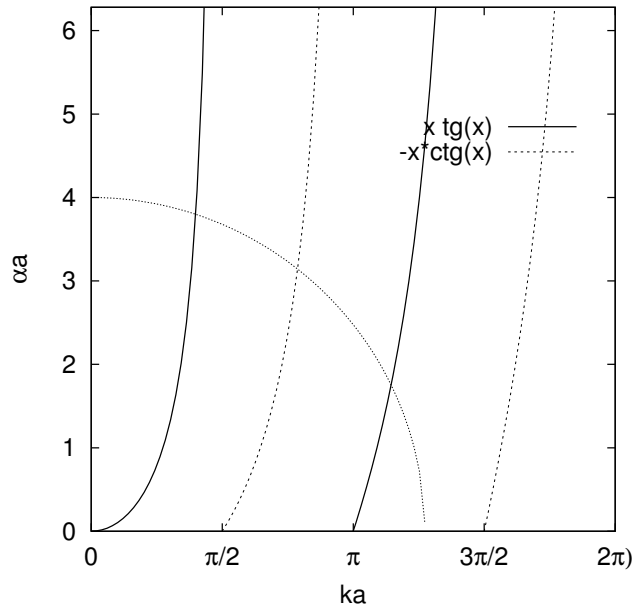


A Schrödinger egyenlet az  $I$ ,  $II$  és  $III$  tartományban rendre:

$$\begin{aligned}
 & \text{I és III tartomány} && -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\varphi}{dx^2} = E\varphi \\
 & \text{II tartomány} && -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\varphi}{dx^2} = (E + V_0)\varphi
 \end{aligned}$$

- Mik lesznek a differenciál egyenlet megoldásai az egyes tartományokon? Nefeledjük el, hogy az  $I$ -es és  $III$ -as tartományon a hullámfüggvénynek a minusz végtelenben és a plusz végtelenben el kell tűnnie, különben nem létezik a négyzetük integrálja! Milyen előjelű lesz az energia? (Ahol lehet, használjunk  $\sin$ ,  $\cos$  függvényeket!)
- Ha az  $I$ ,  $III$ -as tartományban  $Ae^{\alpha x}$ ,  $De^{-\alpha x}$  alakú a Schrödinger egyenlet megoldása, a  $II$ -es tartományban pedig  $B \cos(kx) + C \sin(kx)$  a hullámfüggvény alakja, akkor határozzuk meg, hogy a  $\alpha^2 + k^2$  kifejezés hogyan függ  $V_0$ -tól!
- A tartományok határára írjuk fel a hullámfüggvény és annak deriváltjának folytonosságából adódó feltételeket! Mutassuk meg, hogy a következő négy egyenletnek kell teljesülnie:

$$\begin{aligned}
 (A - D)e^{-\alpha a} &= B \cos(ka) & (A + D)e^{-\alpha a} &= -C \sin(ka) \\
 \alpha(A - D)e^{-\alpha a} &= kB \sin(ka) & \alpha(A + D)e^{-\alpha a} &= kC \cos(ka)
 \end{aligned}$$



- Keressünk grafikus megoldást a fenti egyenletekre! Milyen feltételek mellett teljesülhetnek a feltételek? (Mikor lesz páros és páratlan a hullámfüggvény?) Meg tudjuk-e mondani a kötött állapotok számát?

### 3. Kétállapotú modell rendszer

Egy véges potenciál gödörben két kötött állapot létezik. A gödör szélességét hirtelen megnöveljük  $\Delta x$  távolsággal. Mi lesz az időfüggő Schrödinger egyenlet megoldása? A Megoldást keressük

$$\psi(x, t) = c_1(t)\varphi_1(x) + c_2(t)\varphi_2(x)$$

alakban, ahol  $E_1$ ,  $\varphi_1$  és  $E_2$ ,  $\varphi_2$  az eredeti potenciálban mozgó részecske energiája és hullámfüggvénye a két kötött állapotban.

HF: Határozzuk meg a következő potenciál esetén az időfüggetlen Schrödinger egyenlet kötött állapotait:

$$V(x) = -\gamma\delta(x + a) - \gamma\delta(x - a) .$$

Milyen feltétel teljesülése esetén lesz két kötött állapot?