Név: **Neptun kód:**
Pontszám:

Számítási Módszerek a Fizikában pót ZH 1

---

1. Feladat **(25 pont)**
   Egy r_0 hosszúságú fonalat az origóból kiindulva a következő görbe mentén fektetünk le:

$$r = r_0\left(1-\frac{t}{t_0}\right) \qquad \varphi = \varphi_0 \ln\left(1-\frac{t}{t_0}\right),$$

   ahol r, φ polár koordináták, $0 \le t < t_0$. t_0 és r_0 állandó paraméterek. Milyen messze lesz a fonal eleje és a vége?

2. Feladat **(25 pont)**
   Tekintsük a következő vektorteret:

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{r}\times\mathbf{e}_z}{r^2}\ .$$

   a.) Írjuk fel a g_ρ, g_φ, g_z komponenseket!

   b.) Határozzuk meg henger koordináta rendszerben a kifejezés rotációját és divergenciáját!

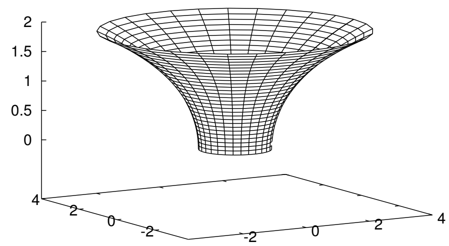
$$\nabla\mathbf{f} = \frac{1}{\varrho}\frac{\partial(\varrho f_\varrho)}{\partial\varrho} + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial f_\phi}{\partial\phi} + \frac{\partial f_z}{\partial z}$$

$$\nabla\times\mathbf{f} = \left(\frac{1}{\varrho}\frac{\partial f_z}{\partial\phi} - \frac{\partial f_\phi}{\partial z}\right)\mathbf{e}_\varrho + \left(\frac{\partial f_\varrho}{\partial z} - \frac{\partial f_z}{\partial\varrho}\right)\mathbf{e}_\phi \left(\frac{\partial(rf_\phi)}{\partial\varrho} - \frac{\partial f_\varrho}{\partial\phi}\right)\frac{1}{\varrho}\mathbf{e}_z$$

3. Feladat **(25 pont)**
   Az ábrán látható felületet a következőképpen paraméterezhetjük:

$$\begin{aligned} x &= \mathrm{ch}(u)\cos(v) \\ y &= \mathrm{ch}(u)\sin(v) \\ z &= u \end{aligned}$$

   ahol $0 \le u \le 2$ és $0 \le v \le 2\pi$.



   a.) Mekkorra a felülete ?

   b.) Számítsuk ki a fluxust, ha a felület a következő erőtérben helyezkedik el:

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_0 e^{-(x^2+y^2)} \end{pmatrix}.$$

   Mekkora az erőtér divergenciája? Mekkora lenne a fluxus, ha zárt felületre számítanánk ki? (Gauss tétel)

4. Feladat **(25 pont)**
   Határozzuk meg a következő kettősintegrált:

$$\int\int_D (4xy - y^3)dxdy$$

   az $y = \sqrt{x}$ és az $y = x^3$ függvények közötti tartományon!