

Név:

Pontszám:

## Számítási Módszerek a Fizikában Pót ZH 1

---

### 1. Feladat

(20 pont)

(a) Legyen hengerkoordináta-rendszerben  $(\varrho, \phi, z)$  felírva  $\mathbf{f}(\mathbf{r}) = \mathbf{e}_\phi/z^\alpha + \mathbf{e}_z/\varrho^\alpha$ , Határozza meg  $\mathbf{f}(\mathbf{r})$  divergenciáját!

(b) Határozza meg  $\mathbf{f}(\mathbf{r})$  rotációját!

Vizsgálja meg, milyen  $\alpha$  értékre igaz az eredmény!

$$\nabla \mathbf{f} = \frac{1}{\varrho} \frac{\partial(\varrho f_\varrho)}{\partial \varrho} + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial f_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial f_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{f} = \left( \frac{1}{\varrho} \frac{\partial f_z}{\partial \phi} - \frac{\partial f_\phi}{\partial z} \right) \mathbf{e}_\varrho + \left( \frac{\partial f_\varrho}{\partial z} - \frac{\partial f_z}{\partial \varrho} \right) \mathbf{e}_\phi + \left( \frac{\partial(\varrho f_\phi)}{\partial \varrho} - \frac{\partial f_\varrho}{\partial \phi} \right) \frac{1}{\varrho} \mathbf{e}_z$$

### 2. Feladat

(20 pont)

a.) Egy  $R$  sugarú hengerre  $d$  átmérőjű huzalból  $l$  hosszúságút tekerünk szorosan egymás mellé. Milyen hosszan fedhetjük be a henger felületét a huzallal?

*Segítség:* A henger felületére feltekeredő drót egyenlete:

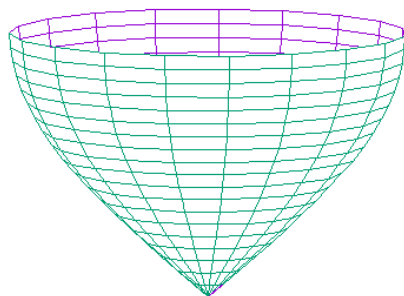
$$x = R \cos(t)$$

$$y = R \sin(t)$$

$$z = at,$$

ahol az  $a$  paramétert úgy kell megválasztani, hogy egy menet feltekerése esetén a  $z$  változó éppen egy huzal vastagságnyi emelkedjen.

b.)



Az szomszéd ábrán látható felületre feltekeredő fonal egyenletét a következőképpen adhatjuk meg:

$$x = \sin(t) \cos(t)$$

$$y = \sin(t) \sin(t)$$

$$z = at$$

Hogyan válasszuk meg az  $a$  paramétert, ha egy  $l$  hosszúságú fonállal, amely a az alakzat csúcsáról indul fel akarunk érni a peremére?

## 3. Feladat

(20 pont)

Az ábrán látható nyílt felületet a következőképpen parametrizálhatjuk:

$$x = \sin(u) \cos(v)$$

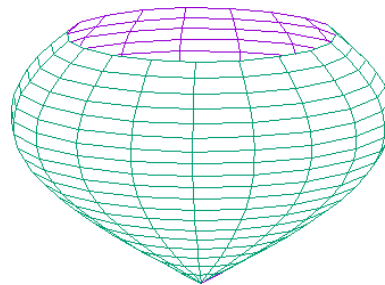
$$y = \sin(u) \sin(v) \quad , 0 \leq u \leq 3/4\pi \quad , 0 \leq v \leq 2\pi$$

$$z = au$$

Számítsuk ki a fluxust, ha a felület a következő erőterben helyezkedik el:

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_0 e^{-(x^2+y^2)} \end{pmatrix}.$$

Mekkora az erőter divergenciája? Mekkora lenne a fluxus, ha zárt felületre számítanánk ki? (Gauss tétel) Érdemes polár koordináta rendszerben dolgozni!



## 4. Feladat

(40 pont)

Legyen adott a  $z = b - a(x^2 + y^2)$  egyenletű paraboloid

- Paraméterezze hengerkoordináta rendszerben!
- Ha  $z \geq 0$  mekkora a paraboloid térfogata?
- Mekkora a paraboloid felszíne?
- Mekkora a paraboloid fluxusa a  $\mathbf{F} = (x, y, z)$  vektormezővel?