Modern Fizika Mérnököknek

- Bevezetés speciális relativitás elméletbe
  - Inerciarendszerek, Áttérés egyikinercia rendszerről másik inerciarendszerre
  - Lorenz transzformáció és néhány következménye

Modern Fizika Mérnököknek

- Bevezetés a kvantummechanikába
  - A kvantummechanika kísérleti előzményei
  - Hullámmechanika: Schrödinger-egyenlet, hullámfüggvény. Kontinuitási egyenlet
  - A Schrödinger-egyenlet megoldásai egyszerű rendszerek esetében, Valószínűségi áramsűrűség, Rövid összefoglaló a differenciál operátorokról, Lineáris operátorok
  - Egydimenziós szórásprobléma, alag]teffektus
  - Lineáris operátorok, impulzus, hely, Hamilton operátor, felcserélési relációk. Harmonikus oszcillátor, léptető operátorok
  - Méréselmélet. Ehrenfest tételek. A mérések szórása és határozatlansági relációk.
  - Az atomfizika alapjai
  - Az elektron spin, a periódusos rendszer felépítése

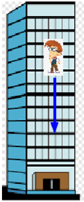
Inercia rendszer

Definíció:

Inerciarendszerben egy magára hagyott test nyugalomban van, vagy egyenesvonalú, egyenletes mozgást végez. (Newton 1. axiómája)

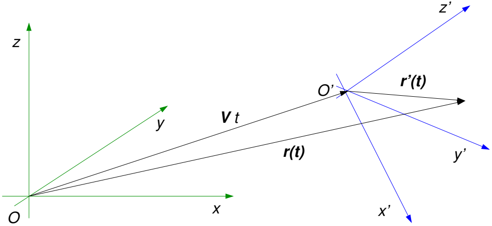
Inerciarendszerben érvényesek a Newton axiómák. Gyorsuló koordinátarendszerben tehetetlenségi erőket kell bevezetnünk, hogy érvényes legyen Newton második törvénye: $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$

Kérdés: Kiugrunk az ablakon. Esés közben úgy tünik, mintha inerciarendszerben lennénk! Mi a helyzet egy föld körül keringő űrhajóban?



Áttérés egyik inerciarendszerről egy másik inerciarendszerre

Miben különbözik két inerciarendszer? Két inerciarendszer egymáshoz képest csak egyenesvonalú, egyenletes mozgást végezhet!



$$\boxed{r'(t) = r(t) - Vt, \qquad t' = t}$$

Galilei transzformáció

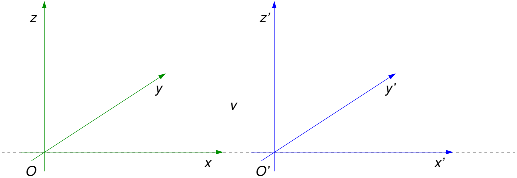
Áttérés egyik inerciarendszerről egy másik inerciarendszerre általánosan

A transzformáció tulajdonságai:

- Lineáris
- Két transzformációt elvégezve egy harmadik inercia transzformációt kapunk
- Létezik egység transzformáció
- Ha létezik egy $K \to K'$ transzformáció, akor létezni kell egy $K' \to K$ transzformációnak is.

Az inercia rendszereket egymásba vivő transzformáció csoportot alkot.)

Lineáris transzformáció



A tengelyek párhuzamosak. K' v sebességgel mozog K-hoz képest az x tengely mentén.

$$x' = \alpha x + \beta t, \qquad t' = \delta x + \gamma t$$
$$y' = y, \qquad z' = z$$

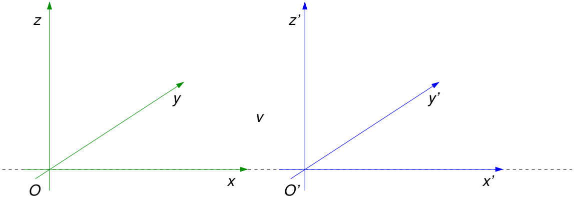
Mátrix formában:

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \delta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix}$$

Mit tudnk mondani az α, β, γ, δ paraméterekről?

Egység művelet Az α, β, γ, δ paraméterek csak v-től függenek. Ha $v = 0$ akkor K és K' rendszerek megegyeznek. A transzformáció mátrixa egységmátrix:

$$\alpha(0) = 1 \,, \beta(0) = 0 \,, \gamma = 1 \,, \delta = 0$$



Q mozgása

$$\begin{pmatrix} t' \\ -vt' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \delta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$t' = \gamma t, \quad -vt' = \beta t, \quad -v\gamma = \beta$$

Q' mozgása

$$\begin{pmatrix} t' \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \delta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ vt \end{pmatrix}$$

$$0 = \beta t + \alpha v t, \qquad -v\alpha = \beta$$

$$\alpha = \gamma$$

Inverz

Az origók mozgásából kapott feltételek után csak két paraméter maradt a transzformációban γ, δ, amelyek v függvényei:

$$\begin{pmatrix} t' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \delta \\ -v\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ z \end{pmatrix}$$

Kétféleképpen állíthatjuk elő a transzformáció inverzét: invertáljuk a mátrixot, vagy a paraméterek argumetumát $-v$-re cseréljük:

Emlékeztető: 2×2-es mátrix inverze

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Inverz

Az origók mozgásából kapott feltételek után csak két paraméter maradt a transzformációban γ, δ, amelyek v függvényei:

$$\begin{pmatrix} t' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \delta \\ -v\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ z \end{pmatrix}$$

Kétféleképpen állíthatjuk elő a transzformáció inverzét: invertáljuk a mátrixot, vagy a paraméterek argumetumát $-v$-re cseréljük:

$$\frac{1}{\gamma^2(v) + v\delta(v)\gamma(v)} \begin{pmatrix} \gamma(v) & -\delta(v) \\ v\gamma(v) & \gamma(v) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(-v) & \delta(-v) \\ v\gamma(-v) & \gamma(-v) \end{pmatrix}$$

Következmények:

- A mátrix determinánsa egységnyi: $\gamma^2 + v\delta\gamma = 1$
- $\gamma(v) = \gamma(-v)$ és $\delta(v) = -\delta(-v)$, vagyis γ páros, δ pedig páratlan
- $\gamma(0) = 1$

Két transzformációt elvégezve egy harmadik inercia transzformációt kapunk

$$\begin{pmatrix} \gamma(v') & \delta(v') \\ -v'\gamma(v') & \gamma(v') \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma(v) & \delta(v) \\ -v\gamma(v) & \gamma(v) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(v'') & \delta(v'') \\ -(v'')\gamma(v'') & \gamma(v'') \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \gamma(v')\gamma(v) - v\delta(v')\gamma(v) & \gamma(v')\delta(v) + \delta(v')\gamma(v) \\ -(v'+v)\gamma(v')\gamma(v) & -v'\gamma(v')\delta(v) + \gamma(v')\gamma(v) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(v'') & \delta(v'') \\ -(v'')\gamma(v'') & \gamma(v'') \end{pmatrix}$$

$$\gamma(v')\gamma(v) - v\delta(v')\gamma(v) = -v'\gamma(v')\delta(v) + \gamma(v')\gamma(v)$$

$$\frac{\delta(v)}{v\gamma(v)} = \frac{\delta(v')}{v'\gamma(v')} \quad \forall\, v, v'$$

Tehát:

$$\frac{\delta(v)}{v\gamma(v)} = \kappa \ \text{állandó}$$

A transzformáció mátrixa

Használjuk fel az eddig kapott eredményeket:

$$\frac{\delta(v)}{v\gamma(v)} = \kappa, \qquad \gamma^2 + v\delta\gamma = 1$$

$$\gamma^2 + v^2\gamma^2\kappa = 1 \qquad \Rightarrow \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1+v^2\kappa}}$$

Ahol κ egy tetszőleges állandó!

A transzformáció:

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1+\kappa v^2}} \begin{pmatrix} 1 & \kappa v \\ -v & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix}$$

Galilei transzformáció

Galilei transzformáció esetén az idő egyformán telik minden inerciarendszerben: $t = t'$.

$$\begin{pmatrix} t \\ x' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1+\kappa v^2}} \begin{pmatrix} 1 & \kappa v \\ -v & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix}$$

$$t = \frac{1}{\sqrt{1+\kappa v^2}}(t + \kappa v x), \qquad x' = \frac{1}{\sqrt{1+\kappa v^2}}(x - vt)$$

Csak akkor teljesül, ha $\kappa = 0$. Tehát

Galilei transzformáció

$$t' = t, \qquad x' = x - vt$$