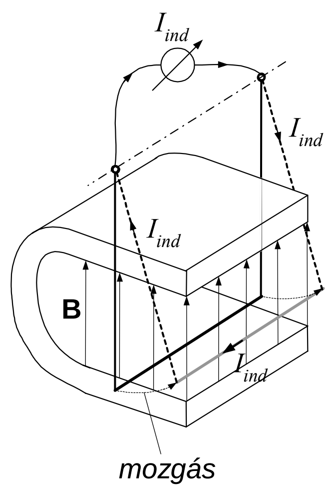
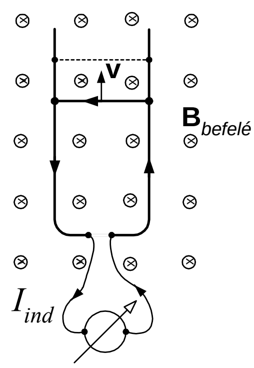
Indukált elektromotoros erő mágneses erőtérben mozgó vezetőben

Ha egy vezető hurok vagy annak egyes szakaszai mágneses erőtérben mozognak, akkor a körben általában áram jön létre. Ez a jelenség a *mozgási indukció*, amelynek közvetlen oka most is az, hogy a vezetőben elektromotoros erő és elektromos erőtér keletkezik. Az elnevezések ugyanazok, mint a nyugalmi indukció esetén: itt is *indukált áramról*, *indukált elektromotoros erőről* (*indukált feszültségről*) és *indukált elektromos erőtérről* beszélünk.
A mozgási indukció egyszerű kísérletekkel bemutatható.

KÍSÉRLET_1:
- Áramkört állítunk össze, amelyben nincs telep csak egy érzékeny árammérő (galvanométer). Az áramkörnek van egy olyan *U*-alakú szakasza, ami szabadon lengeni tud (ábra). Az *U*-alakú vezető vízszintes részét egy patkó alakú mágnes két szára között helyezzük el, és kimozdítjuk az egyensúlyi állapotából (az *U* két szára eredetileg függőleges helyzetű). Ekkor az árammérő a vezető mozgásának ideje alatt áramot mutat. Ezt az indukált áramot az ábrán I_{ind} szimbólummal jelöltük.
- Ha a kitérés irányát megfordítjuk, akkor az indukált áram ellenkező irányú lesz (a galvanométer ellenkező irányban tér ki).
- Az indukált áram nagysága függ a vezető kimozdításának sebességétől: a sebesség növelésekor I_{ind} növekszik.



KÍSÉRLET_2:
- Téglalap alakú áramkört állítunk össze, amelyben nincs telep csak egy érzékeny árammérő (galvanométer). Az áramkör-téglalap egyik oldala csúsztatható a két merőleges oldal által képezett sínen (ábra). A vezető hurkot a síkjára merőleges mágneses erőtérbe (pl. egy patkómágnes rúdjai közé) helyezzük, majd a mozgatható oldalt gyorsan elmozdítjuk. Ekkor az áramkörben indukált áram (I_{ind}) jön létre: az árammérő a vezető mozgásának ideje alatt áramot mutat.
- Ha a mozgás irányát megfordítjuk, akkor az indukált áram ellenkező irányú lesz (a galvanométer ellenkező irányban tér ki).
- Az indukált áram nagysága függ a vezető elmozdításának sebességétől: a sebesség növelésekor I_{ind} növekszik.



KÍSÉRLET_3:
- Hajlékony vezetőből készült hurokba bekötünk egy érzékeny árammérőt, és az áramhurkot a síkjára merőleges mágneses erőtérbe helyezzük. Ezután a hurok két átellenes pontját gyors mozdulattal széthúzva, a hurok által körülzárt felületet közel nullára csökkentjük. Ekkor az áramkörben indukált áram jön létre: az árammérő a vezető mozgásának ideje alatt áramot mutat.

KÍSÉRLET_4:

♦ Sok menetet tartalmazó tekercshez érzékeny árammérőt kapcsolunk, majd a tekercset egy patkómágnes pólusai között forgatni kezdjük. Ekkor az árammérő a forgással azonos periódusú váltakozó irányú áramot jelez. Ez tulajdonképpen a váltóáramú generátor egyszerű modellje.

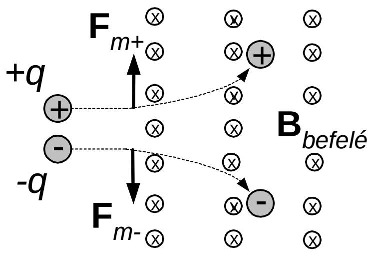
Ezek a kísérletek a mozgási indukció jelenségét mutatják be: mágneses erőtérben mozgó vezetőben elektromotoros erő ébred, amely egy hozzá kapcsolódó áramkörben indukált áramot hoz létre.
Az indukált áram létrejötte ebben az esetben egyszerűen értelmezhető, de mielőtt egy vezető hurokban keletkező indukált árammal foglalkoznánk, vizsgáljuk meg, mi történik, ha egy vezető darab mágneses erőtérben mozog.

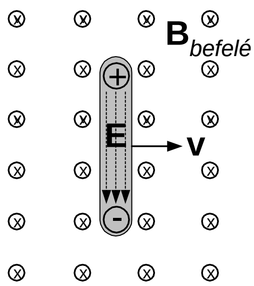
Mozgó vezető mágneses erőtérben

Ha elektromos töltés (q) mágneses erőtérben mozog, akkor arra erő hat, amely merőleges a mozgás sebességére ($\mathbf{v}$) és a mágneses indukció-vektorra ($\mathbf{B}$). Korábban megállapítottuk, hogy ezt az $\mathbf{F}_m$ erőt – amelyet gyakran *Lorentz-erőnek* neveznek – az

$$\mathbf{F}_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

összefüggés adja meg. Ennek az erőnek a hatására a mozgó töltés eltérül eredeti mozgásirányától.
Mivel az erő iránya pozitív- és negatív töltésekre ellentétes, a mágneses erőtér a kétféle töltést egymással ellentétes irányban téríti el (baloldali ábra).





Ha egy vezetőt mágneses erőtérben mozgatunk, akkor a benne lévő mozgásképes töltésekre is hat ez az erő, és az ellentétes előjelű töltéseket szétválasztja. A jobboldali ábrán ezt egy vezető rúd esetében mutatjuk be. A mágneses erőhatás következtében a vezető rúd átellenes oldalain ellentétes töltések halmozódnak fel, a vezetőben elektromos erőtér keletkezik, és a rúd két vége között potenciálkülönbség jön létre. Az ábrán – pusztán a szemléltetés céljából – berajzoltunk néhány szaggatott elektromos térerősségvonalat.
A töltések felhalmozódása egészen addig folytatódik, amíg a létrejött elektromos erőtér visszatérítő ereje (más szóval: a már felhalmozott töltések taszító hatása) egyenlő nem lesz a mágneses erőtér által kifejtett erővel. Ekkor beáll az egyensúly, és kialakul a felhalmozódott egyensúlyi töltésmennyiségnek megfelelő egyensúlyi elektromos térerősség. Ennek az a feltétele, hogy a vezető adott pontjában lévő q töltésre ható $\mathbf{F}_e=q\mathbf{E}$ elektromos erő és az $\mathbf{F}_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ mágneses erő eredője nulla legyen:

$$\mathbf{F}_e + \mathbf{F}_m = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0 .$$

Így a vezető adott helyén létrejött elektromos térerősség

$$\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}.$$

Az ábrán látható egyszerű esetben a sebesség, a mágneses erőtér és a mozgatott vezető rúd egymásra páronként merőlegesek, ezért az elektromos erőtér párhuzamos a rúddal. Ekkor a vezető adott helyén létrejött elektromos térerősség nagysága:

$$E = vB,$$

irányát a mágneses erőre vagy a térerősségre vonatkozó vektori összefüggésből állapíthatjuk meg.

Ha még azt is feltételezzük, hogy a vezetőben a rúddal párhuzamos, homogén elektromos térerősség jön létre, akkor könnyen kiszámíthatjuk a vezető végei között létrejött elektrosztatikus potenciálkülönbség (feszültség) nagyságát is:

$$U = El = vBl,$$

ahol l a vezető rúd hossza.

A rúdban kialakult elektrosztatikus feszültséget a mágneses erőtér által kifejtett, nem elektrosztatikus jellegű „idegen erő” tartja fenn. Ez a töltésszétválasztó idegen hatás elektromotoros erőt hoz létre, amelyet az elektromos áramkörök tárgyalásánál egy fiktív elektromos térerősséggel jellemeztünk. Ezt a fiktív elektromos térerősséget „idegen térerősségnek” neveztük, és $\mathbf{E}^*$-gal jelöltük. Esetünkben ehelyett az $\mathbf{E}_{ind}$ jelölést használjuk, mert az idegen térerősség oka a mozgási indukció. Mivel az egyensúly a két „térerősség” együttes fellépésének következménye, az *indukált térerősség*

$$\mathbf{E}_{ind} = -\mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}.$$

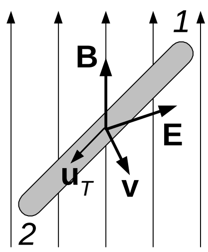
A fenti ábra alapján könnyen kiszámíthatjuk az indukált térerősség által létrehozott ε_{ind} *indukált elektromotoros erőt*. Ha a vezető negatív végétől a pozitívig haladunk, akkor

$$\varepsilon_{ind} = \int_{-}^{+} \mathbf{E}_{ind} \mathbf{dr} = -\int_{-}^{+} \mathbf{E} \mathbf{dr} = U_+ - U_-.$$

Ez azt jelenti, hogy *egyensúlyi helyzetben* az idegen hatás által keltett elektromotoros erő megegyezik a létrejött elektrosztatikus feszültséggel.

****************** ********************** *********************

Ha nem tételezzük fel, hogy a vezető sebessége, a mágneses erőtér és a vezető rúd speciális helyzetű, akkor a tárgyalásnál a sebességvektor és a mágneses indukció vektor mellett a vezető rúd helyzetét is meg kell adnunk. Ennek érdekében vezettük be az ábrán látható $\mathbf{u}_T$ egységvektort, amely a vezetővel párhuzamos.



Az egyensúly feltételét most is az

$$\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

összefüggés adja meg, de – amint az az ábrán is látható – az elektrosztatikus térerősség általában nem párhuzamos a vezető rúddal.

A töltésszétválasztó idegen térerősség ebben az esetben is $\mathbf{E}_{ind} = -\mathbf{E}$, vagyis

$$\mathbf{E}_{ind} = \mathbf{v} \times \mathbf{B},$$

így az indukált elektromotoros erőt az

$$\varepsilon_{ind} = \int_{1}^{2} \mathbf{E}_{ind} \mathbf{dr} = \int_{1}^{2} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \mathbf{u}_T dr$$

kifejezés adja meg. Itt felhasználtuk, hogy $\mathbf{u}_T \| \mathbf{dr}$, ezért $\mathbf{dr} = dr\mathbf{u}_T$.

Ha a mágneses erőtér homogén, a rúd- és a rúd sebességének iránya is állandó, akkor

$$\varepsilon_{ind} = \int_{1}^{1} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \mathbf{u}_T dr = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \mathbf{u}_T \int_{1}^{2} dr = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \mathbf{u}_T l,$$

ahol l a vezető rúd hossza.

Ha a három irány (vezető, sebesség és mágneses erőtér) egymásra merőleges, akkor $(\mathbf{v}\times\mathbf{B})\mathbf{u}_T = vB$, és az általános tárgyalás speciális eseteként megkapjuk korábbi eredményünket:

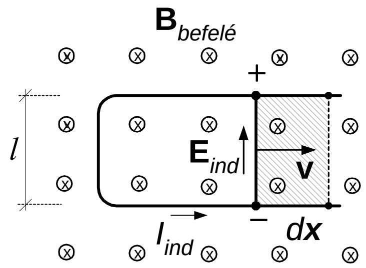
$$\varepsilon_{ind} = vBl\ .$$

****************** ******************** *******************

Mozgási indukció zárt vezető hurokban

A fentiek alapján kézenfekvőnek látszik, hogy ha egy mágneses erőtérben elhelyezett zárt vezető hurok egyes szakaszai mozognak, akkor a körben elektromos áram jöhet létre. Ezt a várakozást az elvégzett kísérletek igazolják.

Az indukált áram egyszerűen meghatározható az ábrán látható modell-elrendezés segítségével. Párhuzamos vezető sínpár egyik végét vezetővel összekötjük, és a sínpáron egy mozgatható vezető szakaszt fektetünk keresztbe. A sínpárt a síkjára merőleges mágneses erőtérbe tesszük (az erőteret jellemző **B** mágneses indukcióvektor az ábrán a rajz síkjára merőlegesen befelé mutat), és a keresztbefektetett vezetődarabot mozgásba hozzuk. Ekkor a mozgó rúdban a töltésekre fellép a korábban már tárgyalt mágneses erő (Lorentz-erő) és az ellenkező előjelű töltések szétválnak, vagyis egy „telep” keletkezik. Ebben a „telepben” az elektromotoros erőt létrehozó „idegen” hatás a mágneses erőhatás, amely a fiktív, indukált



$$\mathbf{E}_{ind} = \mathbf{v}\times\mathbf{B}$$

elektromos térerősséggel jellemezhető. Ez a térerősség a vizsgált esetben az óramutató járásával ellentétes irányú áramot hoz létre.

Az áram irányában körbejárva, és Kirchhoff II. törvényét alkalmazva azt kapjuk, hogy

$$\varepsilon_{ind} = \oint_L \mathbf{E}_{ind}\mathbf{dr} = \int_-^+ \mathbf{E}_{ind}\mathbf{dr} = Blv = I_{ind}R\,,$$

így a körben folyó *indukált áram* $I_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} = \frac{Blv}{R}$, ahol R a kör elektromos ellenállása.

Az indukált elektromotoros erő kifejezése egy kis átalakítással más alakba is átírható, ami a jelenség általánosabb leírására is lehetőséget ad. Az átalakításhoz használjuk fel, hogy $v = \frac{dx}{dt}$, ahol dx a rúd elemi elmozdulása dt idő alatt. Ezt beírva az indukált feszültség kifejezésébe, és egyelőre az előjelet nem vizsgálva, azt kapjuk, hogy

$$\varepsilon_{ind} = Blv = Bl\frac{dx}{dt} = B\frac{dA}{dt} = \frac{d(BA)}{dt} = \frac{d\Phi_B}{dt}\ .$$

Itt felhasználtuk, hogy $dA = ldx$ az áramhurok területének elemi megváltozása (a fenti ábrán a besatírozott rész), és állandó B mellett BdA az áramhurok területére vett indukciófluxus megváltozása.

Most megvizsgáljuk az előjeleket. Mivel az indukált áram irányával azonos irányú körüljárást választottunk, az indukált elektromotoros erő pozitív lesz ($\mathbf{E}_{ind}\parallel\mathbf{dr}$). Ha a felület normális vektorát – a szokásoknak megfelelően – a körüljárás irányához a jobbkéz szabállyal rögzítjük (az ábra síkjából kifelé), akkor a fluxusváltozás negatív lesz, hiszen a felületváltozás pozitív, a felületvektor pedig az indukcióvektorral ellentétes irányú. Ezért a fenti összefüggés előjelhelyesen:

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

Vegyük észre, hogy az indukált elektromotoros erő formálisan itt is az indukciófluxus változásával (itt a növekedésével) hozható kapcsolatba, vagyis a jelenség a korábban tárgyalt *Faraday–Lenz-törvénnyel* is leírható.
A keletkezett indukált áram mágneses erőtere az áramhurok belsejében az eredeti erőtérrel ellentétes irányú, vagyis az indukált áram a hurokban a mágnese indukciót, és ezzel a fluxust is csökkenti. Más szóval az indukált feszültség itt is olyan, hogy az őt létrehozó hatást csökkenteni igyekszik. Ez ugyanaz a *Lenz-törvény*, amiről a nyugalmi indukció tárgyalásánál már volt szó. Kimutatható, hogy ez a törvény a nyugalmi indukció esetén is általánosan érvényes.

Megjegyezzük, hogy a mozgási indukciónál keletkező indukált elektromos erőtér lényegesen különbözik a nyugalmi indukció által keltett elektromos erőtértől, hiszen az előbbi konzervatív erőtér, míg az utóbbi zárt erővonalhurkokat tartalmazó, nem konzervatív erőtér.

**************** ****************** *****************

Megjegyezzük, hogy az indukált elektromotoros erő most nem egyezik meg az elektrosztatikus feszültséggel, hiszen a

$$\mathbf{j} = \gamma(\mathbf{E} + \mathbf{E}_{ind})$$

egyenlet felhasználásával a mozgó vezetőszakaszra most az

$$\frac{1}{\gamma}\int_{-}^{+} \mathbf{j}d\mathbf{r} = \int_{-}^{+} \mathbf{E}d\mathbf{r} + \int_{-}^{+} \mathbf{E}_{ind}d\mathbf{r} = -\left(-\int_{-}^{+} \mathbf{E}d\mathbf{r}\right) + \varepsilon_{ind} = -(U_+ - U_-) + \varepsilon_{ind}$$

összefüggés érvényes. Ebből azt kapjuk, hogy

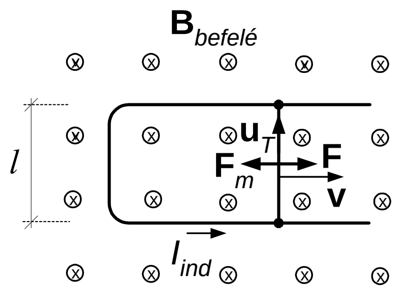
$$\varepsilon_{ind} = \frac{1}{\gamma}\int_{-}^{+} \mathbf{j}d\mathbf{r} + (U_+ - U_-),$$

vagyis az indukált elektromotoros erő most nagyobb, mint az elektrosztatikus feszültség.

******************* ******************** *******************

Végül vizsgáljuk meg, hogy minek az árán jön létre az indukált áram. Ahhoz ugyanis, hogy a körben áramot hozzunk létre, munkát kell végezni. A munkavégzés közvetlen oka az, hogy a rúdban folyó indukált áramra a mágneses erőtér

$$\mathbf{F}_m = I_{ind} l \mathbf{u}_T \times \mathbf{B}$$

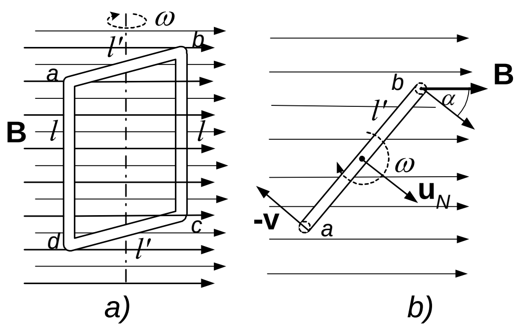


erőt fejt ki (ábra), ahol $\mathbf{u}_T$ az áram irányába mutató egységvektor. Ez az erő a rúd mozgásirányával ellentétes, ezért ahhoz, hogy a rudat egyenletes mozgásban tartsuk $\mathbf{F} = -\mathbf{F}_m$ erőt kell kifejtenünk, vagyis munkát kell végeznünk. Ez a jelenség szintén a Lenz-törvény megnyilvánulása: az indukált feszültség oka az, hogy a vezetőt mozgatjuk, ezért az indukált feszültség olyan áramot kelt, amire ható mágneses erőhatás fékezi a mozgást.

Láttuk, hogy a mozgási indukció segítségével a fenti módszerrel elektromos feszültséget lehet létrehozni, vagyis elvileg ezt a jelenséget feszültségforrásként lehet használni. Ez a módszer azonban praktikusan nem nagyon használható, hiszen a feszültség fenntartásához igen hosszú sínre lenne szükség. Ezt a nehézséget úgy lehet kiküszöbölni, hogy egy vezető keretet forgatunk mágneses erőtérben. Ekkor a keretben váltakozó irányú feszültség keletkezik, amely – megfelelő technikai megoldással –

váltóáramú generátorként használható. A váltakozó feszültség létrejöttét, más szóval egy *generátor* működési elvét, két módon is értelmezhetjük.

Az egyik értelmezés közvetlenül a Lorentz-erő töltésszétválasztó hatásán alapul, amellyel eddig is magyaráztuk a mozgási indukció jelenségét. Az *a)* ábrán a generátor egyszerű modellje látható: egy vezető keret (az egyszerűség kedvéért függőleges és vízszintes oldalakból álló téglalap) függőleges tengely körül ω szögsebességgel forog a vízszintes irányú, **B** mágneses indukciójú, homogén mágneses erőtérben. A keletkező indukált elektromotoros erő kiszámításához ugyanezt a keretet a *b)* ábrán felülnézetben ábrázoltuk (felülről az *l'* hosszúságú, vízszintes, *ab* oldalt látjuk).



A vezető keret egyes oldalaiban létrejött indukált elektromos térerősséget az

$$\mathbf{E}_{ind} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

összefüggésből számíthatjuk ki.

Az *l'* hosszúságú, vízszintes szakaszokon (*ab* és *cd*) ez az indukált térerősség merőleges a vezetőre, ezért az *a* és *b* pontok között, illetve a *c* és *d* pontok között nem keletkezik elektromotoros erő. A mágneses indukcióra merőleges *l* hosszúságú szakaszokon (*ad* és *bc*) a térerősség párhuzamos lesz a vezető szakaszokkal, ezért az *a* és *d* illetve a *b* és *c* pontok között lesz elektromotoros erő. A fenti képletből kiderül, hogy az *ad* szakaszon az indukált térerősség lefelé mutat, a *bc* szakaszon pedig felfelé. Emiatt a vezetőt körbejárva a két szakaszon fellépő elektromotoros erő összeadódik. Ha a körbejárásnál az indukált árammal (és az indukált térerősséggel) egy irányban (*L*⇒*adcba*) haladunk, akkor az egyes szakaszokon az indukált elektromotoros erő

$$\varepsilon_{ad} = \varepsilon_{bc} = v_{\perp} Bl = (v \sin\alpha) Bl = vBl \sin\alpha .$$

A teljes indukált elektromotoros erő

$$\varepsilon_{ind} = \varepsilon_{ad} + \varepsilon_{bc} = 2vBl \sin\alpha ,$$

ahol α a sebességvektor és az indukcióvektor közötti szög.

A gyakorlatban a szögelfordulást legtöbbször a keret síkjához az ábra szerint hozzárendelt $\mathbf{u}_N$ merőleges egységvektor (normálvektor) és az indukcióvektor közötti szöggel adják meg (a normálvektor irányát a körüljáráshoz igazítják a jobbkéz-szabály segítségével), ami az esetünkben szintén α , tehát ezzel a szöggel kifejezve is ugyanazt az összefüggést kapjuk.

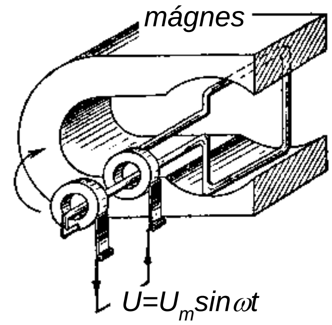
Mivel a függőleges vezeték-szakaszok ω szögsebességű körmozgást végeznek, a kerületi sebesség és a szögsebesség továbbá a szögelfordulás és szögsebesség

$$v = r\omega = \frac{l'}{2}\omega \qquad\qquad \alpha = \omega t$$

összefüggését felhasználva, az indukált elektromotoros erőre azt kapjuk, hogy

$$\varepsilon_{ind} = Bll'\omega \sin\omega t = BA\omega \sin\omega t ,$$

ahol $A = ll'$ a keret felülete.



Ha a keretet megszakítjuk, és két kivezetését a keret tengelyére szerelt csúszó érintkezőkre visszük (ábra), akkor ott időben szinuszosan változó

$$U = U_m \sin\omega t$$

feszültséget mérünk. Itt a feszültség maximális értékére az $U_m = BA\omega$ jelölést vezettük be.
Látható, hogy a mágneses erőtérben forgatott keret változó feszültséget állít elő, ami egy külső áramkörben szinuszosan változó áramot hoz létre, vagyis ez az elrendezés a váltóáramú generátor modellje.

*************** *************** ***************

Az indukált elektromotoros erő számításának formálisabb módja az, hogy a keretben körbejárva az **Edr** szorzatokat összegezzük. Ha a keretet a térerősséggel szemben haladva (tehát az *adcba* útvonalon) járjuk körbe, akkor az elektromotoros erő a korábban megismert eljárás szerint az alábbi módon írható fel

$$\varepsilon_{ind} = \oint \mathbf{E}_{ind}\mathbf{dr} = \int_a^d \mathbf{E}_{ind}\mathbf{dr} + \int_d^c \mathbf{E}_{ind}\mathbf{dr} + \int_c^b \mathbf{E}_{ind}\mathbf{dr} + \int_b^a \mathbf{E}_{ind}\mathbf{dr} .$$

Tudjuk, hogy az indukált térerősséget az $\mathbf{E}_{ind} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ összefüggés adja meg, tehát a *dc* és *ba* szakaszokon az elektromos térerősség merőleges a vezetőre, így a **dr** elmozdulásra is ($\mathbf{E}_{ind} \perp \mathbf{dr}$), ezért ezeken a szakaszokon az összegzés (integrálás) eredménye nulla. Az integrálás eredménye csak a függőleges szakaszokon nem lesz nulla. Ezt felhasználva azt kapjuk, hogy

$$\varepsilon_{ind} = \oint \mathbf{E}_{ind}\mathbf{dr} = \int_a^d \mathbf{E}_{ind}\mathbf{dr} + \int_c^b \mathbf{E}_{ind}\mathbf{dr} = \int_a^d (\mathbf{v} \times \mathbf{B})\mathbf{dr} + \int_c^b (\mathbf{v} \times \mathbf{B})\mathbf{dr} .$$

Figyelembe véve, hogy $(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \| \mathbf{dr}$, az összefüggés így írható fel

$$\varepsilon_{ind} = \int_a^d vB\sin\alpha dr + \int_c^b vB\sin\alpha dr = vb\sin\alpha \left(\int_a^d dr + \int_c^b dr \right) = 2lvB\sin\alpha .$$

Felhasználva a körmozgásra vonatkozó – az előző számításnál már alkalmazott – összefüggéseket, a korábban kapott eredményt kapjuk:

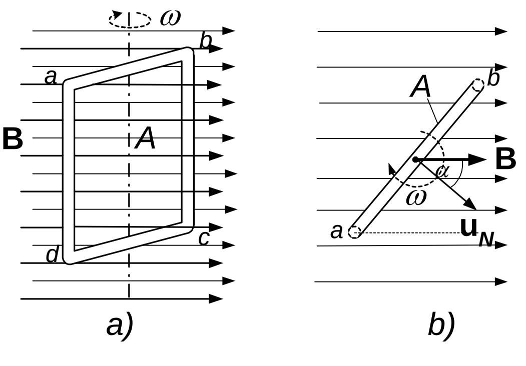
$$U_{ind} = Bll'\omega\sin\omega t = BA\omega\sin\omega t = U_m \sin\omega t .$$

*************** *************** ***************

Az indukált elektromotoros erő számításának másik módja az, hogy felhasználjuk az indukált elektromotoros erő és a fluxusváltozás között fennálló

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

összefüggést.



Az ábrán látható helyzetben a keret felületére vonatkozó fluxus

$$\Phi_B = \int_A \mathbf{B}\mathbf{u}_N dA = B\cos\alpha \int_A dA ,$$

vagyis

$$\Phi_B = BA\cos\alpha .$$

A változó α szög időfüggését az $\alpha = \omega t$ összefüggés adja meg, így a fluxus időbeli változása $\Phi_B(t) = BA\cos\omega t$. Ezzel az indukált elektromotoros erő

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = BA\omega\sin\omega t ,$$

ami megegyezik a Lorentz-erő felhasználásával kapott eredménnyel. Ez megerősíti azt a korábbi következtetésünket, hogy a mozgási indukciónál az indukált elektromotoros erő kapcsolatba hozható az indukciófluxus változásával.